A案．

算数・数学科　指導案（略　案）

学習事項：

・本時の目標　整数の性質を帰納的に見出し、文字を使って証明することができる。（思考・判断・表現）

・本時の展開

教師の働きかけ（■）・生徒の学習活動（○）	留意点（□）・評価（※）
1．問題提示 問題　次の計算をしよう。 $3^2-2^2=$ $4^2-3^2=$ $5^2-4^2=$ $100^2-99^2=$ ○「100^2-99^2が面倒だ。」「２つの整数の和になるから 199 だよ。」 ■「本当に 199 になるの？」 ○「10000－9801＝199 になるよ。」「他の式でも２つの整数の和になっているね。」 ■「でも、この４つの例だけで証明したことになるのかな？」 ○「もっと多くの式で確かめよう。」「でも、それは大変じゃない？」 「数ではなく文字を使って証明すれば良いのでは？」	□連続する２つの整数の２乗の差であることを説明する。 □式を１つずつ順番に板書して問題を提示する。 □計算しにくい数を用いることにより文字を用いる必要性をもたせる。
2．課題把握 課題　連続する２つの整数の２乗の差は、２つの整数の和になるのだろうか？	□連続する２つの整数を文字でどのように表すのかを確認する。
3．個人思考・集団思考 ① ２つの整数は整数nを用いて次のように表される。 n、n＋1 ２乗の差は、 $n^2-(n+1)^2$ $=n^2-n^2-2n-1$ $=-2n-1$ ② ２つの整数は整数nを用いて次のように表される。 n、n＋1 ２乗の差は、 $(n+1)^2-n^2$ $=n^2+2n+1-n^2$ $=2n+1$ ③ ２つの整数は整数nを用いて次のように表される。 n＋1、n＋2 ２乗の差は、 $(n+2)^2-(n+1)^2$ $=n^2+4n+4-n^2-2n-1$ $=2n+3$ ■「どちらが正しいかな？」 ○「①は小さい方から大きい方をひいているから違うよ。②が正しいよ。」 ■「２ｎ＋１という結果が２つの整数の和とつながるのかな？」 ○「ｎ＋（ｎ＋１）＝２ｎ＋１になるから、計算の答えが２つの整数の和になることが証明できたよ。」「奇数になるということもわかるね。」 ○「２つの整数を（ｎ＋１）、（ｎ＋２）と表したけど、これでもできるのかな？」 ○「計算の結果が２ｎ＋１じゃないよ。間違いじゃない？」 「でも、（ｎ＋１）＋（ｎ＋２）＝２ｎ＋３になるよ。」 ■「この方法でも証明することができるのですね。」 ○教科書の練習問題を行う。	□①→②の順に取り上げる ※整数の性質を帰納的に見出し、文字を使って証明することができている。（ノート・発表） □③を取り上げる。 ※整数の性質を帰納的に見出し、文字を使って証明することができている。（ノート・発表）

B案

算数・数学科　指導案（略　案）

本時の目標

・文字を用いた式を使って，「連続する２つの偶数の積に１を加えると，奇数の２乗になる」ことを説明することができる。（思考・判断・表現）

・証明を読み直して，$2n(2n+2)+1=(2n+1)^2$ という式の変形を振り返り，新たな性質を見いだそうとしている。（主体的に学習にかかわる態度）

本時の展開

教師の働きかけ（■）　生徒の学習活動（○）	留意点（◆）　評価（※）
1　問題の把握 問題　連続する２つの偶数の積に１を加えると，どんな数になるだろうか。 ■予想しよう。 ①奇数になる　②ある数を２乗した数になる　③奇数の２乗になる ④連続する２つの偶数の間の奇数の２乗になる　など	◆－8から8までの整数を提示後，偶数を抜き出し，問題を提示する。 ◆④は無理に取り上げない。
2　課題の明確化 ■どんな連続する２つの偶数を選んでも，いつでも連続する２つの偶数の積に１を加えた数は奇数の２乗になるのかな？ ○なるはず　○具体的ないくつかの数で調べてもなる ○すべての連続する２つの偶数について調べることはできない ○文字を使って説明すればよさそう 課題　いつでも「連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，奇数の２乗になる」ことは，どのように証明すればよいのかな？	◆文字を使う必要性をおさえる文脈をつくった上で，「どのように考えればよいのか」問いかけ，課題につなげる。
3　個人思考･集団思考 ○$2n\times(2n+2)+1=4n^2+4n+1$ ■この式をかいている生徒は，どのように考えているのかな？ ○nを整数として，連続する２つの偶数は2n，2n＋2と表した ○「連続する２つの偶数の積に１を加える」ことは，$2n(2n+2)+1$ を計算することを意味している ○$2n(2n+2)+1$ を計算すると，$4n^2+4n+1$ になる ■これで「いつでも『連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，奇数の２乗になる』こと」を証明したことになるのかな？ ○証明したいことが「奇数の２乗になる」ことだから，$4n^2+4n+1$ を$(\text{奇数})^2$という形の式に変形しなければいけない ○$4n^2+4n+1$ は$(2n+1)^2$ と因数分解できる ○2n＋1は奇数を表しているから，連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，奇数の２乗になる	◆「式に表したんだね」,「どのように計算できるのかな？」などとつぶやきながら机間指導する。 ◆あえて，「$2n(2n+2)+1=4n^2+4n+1$」という式を取り上げて，「何を文字に置いたのか」,「続きはどのように考えればよいのか」について考えるように仕向けていく。 ◆子供が停滞したときには，「教科書を見ると，$(2n+1)^2$という形の式に変形しなければならないとかいてあるのだけれど，どうしてかな？」と問いかけ解消する。 ※文字を用いた式を使って，「連続する２つの偶数の積に１を加えると，奇数の２乗になる」ことを説明している。（行動観察）
4　振り返り ■証明を振り返ると，連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，どんな奇数の２乗になるといえそうかな？ ○2n＋1は2n，2n＋2の間の奇数だ ○連続する２つの偶数の間にある奇数の２乗になるといえる ■（黒板上の「問題」に，奇数が残っているので，そこに着目させて）「問題」の「偶数」を「奇数」に変えて，連続する２つの奇数の積に１を加えると，どんな数になるといえるのかな？	◆④の考えがすでに出ている場合は,「証明を振り返って,『奇数の２乗になる』こと以外にどんなことが読み取れそうかな？」と問う。 ※証明を読み直して，$2n(2n+2)+1=(2n+1)^2$ という式の変形を振り返り，新たな性質を見いだそうとしている。（行動観察） ◆予想したことの証明をレポート課題とする。

結果集約（参加者２９人）

指導案作成者はお伝えしていない状態で，次の質問についての回答の結果です。

質問１　どちらの案の方が「よい授業」と思いますか。

質問２　理由をお答えください。

質問１の結果　２人は立場中立（←次回からはどちらかにして下さると助かります！！）

Ａ・・・９人

Ｂ・・・１８人

Ａ作成者：佐々木先生（標茶中）　Ｂ作成者：赤本（附属中）

赤本の質問に対する全ての回答

？B 案の心配な部分は，問題提示が文章になっているので，具体的なイメージが湧かない生徒がいることです。その配慮として，留意点－８から８までの偶数を確認があるのでしょう。A 案と違って問題提示でつまずく生徒がいないかどうか，注意を払う必要があると思います。また，証明が進むにつれて，具体的なイメージはどんどんつきにくくなっていきます(まあ，それでもいいような気もしますが‥)。

問題提示は，－８～８の数字から偶数を抜き出し，連続する偶数の積に１を加えた数を見せていきます。どうじに，数式も４×６＋１＝２５，６×８＋１＝４９と見せて，命題を子供つくらせる文脈を設定することを大切にしたいと考えています。（赤本）

？私から最後に質問です。B 案の主体的に学習に取り組む態度の目標は，当てはまるのでしょうか？粘り強い取り組みってことですかね？

この時間の評価は，国研からでた資料に言うところの「記録」ではありません。「行動観察」のみで行うものです。むしろレポートとして出しているものを「記録」として扱う予定となっています。国研から，「記録」する評価資料の事例では，主体的に学習に取り組む態度については，単元で１～３個なので，ちょうどよい配分だな～と思っているところでした。(赤本)

？問題についてです。どんな数になるだろうか。であるため，予想が立てやすいと感じました。直感的に出された中に，本時の課題へとつながるものが自然にでてくる感じがします。
⇒単純な質問でもうしわけないですが，－８から８という範囲を選んだのはなぜですか？

問題提示の-８～８の数字だと，０以外の平方数が正負について３つずつ出てきます。帰納的に考えようとした際に，正負それぞれ３組以上の組み合わせを見せる必要があると考えたため，－8 から８です。また，ランダムな数字設定を子供に任せると，大きな平方数を見たときに，子供が平方数なのかどうかを弁別するのに時間がかかってしまいます。したがっ

て，－８～８としました。（赤本）

佐々木先生の質問に対する全ての回答

指導案にすべてを表しました！とのことでございます。

庶路学園　後藤先生

質問１

Ｂ

質問２

A 案の方が，具体的な数式を４つ並べているので，

帰納的に予想しやすい⇒演繹的に証明という流れをつくりたい意図がありますが‥

そもそも，これは，演繹的に証明する必要がない問題だと思います。

具体的な数値で既習事項を活用して因数分解し，

$4^2-3^2=(4+3)(4-3)$

$5^2-4^2=(5+4)(5-4)$

〖100〗^2-〖99〗^2=(100+99)(100-99)

とすれば，後ろのカッコ内が必ず１になるので，結果が「２数の和になる」というのは帰納的に証明されたと判断できます。

この方法は，正しいと確認された因数分解公式④(いわば定理)を活用していますし，教科書通りの流れで学習していれば，Ｐ２９例１（１）〖25〗^2-〖15〗^2=(25+15)(25-15)で扱われた内容と同様に考えればいいことです。

ここで，わざわざ演繹的な証明を強要することは,「連続する２数の差は１になる」という，至極明らかであることに疑いをかけていること同じであり，必要性のない証明を１時間かけて行うことになってしまいます。この問題を解決するには帰納＞演繹だと思います。

この問題を生かすならば，上記のように帰納的に正しいことを確認した後に，

「このことを文字式を使って説明付けることができる？」と投げかけて，指導案の通り流していきます。課題は「２数をｎ，ｎ＋１とおいて説明できるかな？」みたいな感じでしょうか。②のｎとｎ＋１を使って証明をしていった結果２ｎ＋１にたどり着きますが，この問題の答えが「２数の和になる」ということを確認済みですから，２ｎ＋１をｎ＋ｎ＋１と分解しようという考え方を生徒が発想しやすくなるでしょう。

これで文脈的には流れそうですが，問題から課題までが結構時間がかかり，遠回り感が強い印象になります。

B 案は，教師から帰納的な流れを作っているわけではないので，生徒の予想の段階で帰納的な発想が出てきても，それは結果の予想の一助として取り上げ，演繹的に証明していく文脈

を作りやすいと思います。帰納的にかんがえて２×４＋１，‥，１０×１２＋１などの式を見ても，既習事項からこの式を変形する方法は見当たらないので，自然に演繹的に証明する文脈になるでしょう。この問題を解決するには演繹＞帰納だと思います。
B 案の心配な部分は，問題提示が文章になっているので，具体的なイメージが湧かない生徒がいることです。その配慮として，留意点－８から８までの偶数を確認があるのでしょう。A 案と違って問題提示でつまずく生徒がいないかどうか，注意を払う必要があると思います。また，証明が進むにつれて，具体的なイメージはどんどんつきにくくなっていきます(まあ，それでもいいような気もしますが‥)。

問題提示は，－８～８の数字から偶数を抜き出し，連続する偶数の積に１を加えた数を見せていきます。どうじに，数式も４×６＋１＝２５，６×８＋１＝４９と見せて，命題を子供つくらせる文脈を設定することを大切にしたいと考えています。（赤本）

感想
偉そうに書きましたが，過去の自分はA案のようにやってきたと思います。なぜならA案は問題提示の場面で全員を食いつかせることができるからです。しかし，文字式に移行すると少しずつ生徒が苦しくなり，なんとかついてきても，最終的に２ｎ＋１⇒ｎ＋ｎ＋１の場面は教師が説明して，一部の生徒が納得しているような状態でした。自分も含めた中学校教師は帰納法は演繹法より価値が低いと思いがちです。先入観を捨てて，この命題を説明付ける場合は，どちらが適切か？を考えなければならないと感じました。
貴重な学びの機会をいただいたことに感謝します。考え方を大きく変えることができました。最後に，変化した自分の考えを示して終わりにします。

6　２つの続いた整数では，大きい数の平方から小さい数の平方をひいたときの差は，どんな数になるか予想しなさい。また，それが成り立つことを証明しなさい。

$1^2-0^2=1-0=1$
$2^2-1^2=4-1=3$
$3^2-2^2=9-4=5$

解答 p.252　33

このような問題，これまでのテストで何度も出題しています。過去の自分は，証明問題＝文字式という決めつけから，数字を書いて説明しようとしている時点で無条件で×をつけていました。しかし，帰納的に文字を使わなくても十分に説明がつけられるので，以下のような書き出しの解答は，点数をあげなければなりません。
因数分解の公式を使って，
1^2-0^2=(1+0)(1-0)
　　　=(1+0)×1

2^2-1^2=(2+1)(2-1)

=(2+1)×1

以下省略

私から最後に質問です。B 案の主体的に学習に取り組む態度の目標は，当てはまるのでしょうか？粘り強い取り組みってことですかね？

この時間の評価は，国研からでた資料に言うところの「記録」ではありません。「行動観察」のみで行うものです。むしろレポートとして出しているものを「記録」として扱う予定となっています。国研から，「記録」する評価資料の事例では，主体的に学習に取り組む態度については，単元で１～３個なので，ちょうどよい配分だな～と思っているところでした。(赤本)

北海道教育大学附属釧路中学校　野口先生

質問１

１～２までＡ案，３以降はＢ案

質問２

・問題がＡ案の理由

いくつか計算式を並べ，答えを即答する生徒の姿を引き出し，全体共有の中で「本当にいつでもいえるのかな？」という流れの方が生徒の課題解決意欲を自然と引き出せると考えるから

・３以降がＢの理由

「和になるだろうか？」の課題に対して，誤答を取り出して修正していくことが全体の課題解決から遠いと思いました。立式の部分で生徒達の学力差が顕著に出ると思います。そのズレを生かして，その学級ならではの協働的な問題解決が創り上げられると思います。したがって，山場となる部分の入口ではＢ案のような部分提示からがよいと思います。さらに問題解決後，予想された他の考えが，振り返りによって回収されていくこと，新たな考えに気づく場面を位置づけているところもＢ案のよいところだと思います。

釧路市立桜が丘中学校　松永先生

質問①

どちらも大変よいですが，私ならＡで授業したいです。

質問②

理由は，簡単に言うと，２つです！

１つ目は

Aの方が問題から課題把握までが自然に流れやすいと思ったからです。A の問題は，生徒が解決したくなるような具体数ど問う，問いかけだと思います。つまり難易度が適切な問いかけであると感じました。「2 つの数の和になりそう」と生徒から引き出すには，一芝居必要そうな気がしましたが，すんなりでてくる気もします！

B は，問題が具体数から入らないので，やや問い方の難易度が高い気がしたので，おそらく生徒は具体数から問題を考察しだすと予想できます。よって課題把握まで時間がかかる気がしました。私なら，問題(連続する 2 つの偶数の積に 1 を加えると奇数の二乗になるという。どうしてそう言えるのだろうか)と結論を出して問い，生徒が具体数で考え，(いつでも言えるの？)と問い，課題(文字を使ってて示そう)と流したいです。だから今回は A です。

2 つめは

Aは立式してから，最終的な判断をする場面の 2n +3 が，(n +1) +(n+3)と気づきやすく，生徒の達成感に繋がりやすいと考えたからです。上にも記しましたが，私はいつも教科書と同じように結論を先に示す問題でやっていました。A の問は教科書のように，結論を前もってださず，生徒から引き出し，そして結論の式から命題を見出すような取組であり，私自身，目からウロコであり，実戦したいと思ったからです。

計根別学園　根本先生

質問１

数学が苦手な子が多いクラスでは，A 案

数学が得意な子が多いクラスでは，B 案の方がいいと思いました。

質問２

A 案だと，数学が苦手な子でも導入問題はスムーズに取り組むことができそうな点で課題も生徒自身が持ちやすいと思います。

B 案だと導入問題が文になっているので，苦手な子にとってみればイメージがしにくいと思いました。

ただ，B 案の方が少し難易度が高いと感じたので，全体で確認しながら，定着ができればA 案よりも深い所まで学習できると思ったので生徒の実態に応じて分けました。

北海道教育大学大学院２年　亀田さん

質問１

B

質問２

・第１学年，第２学年での学習の積み重ねを考えると，帰納的に考える事を大切にはしたい

が，式の読み取りや，証明についての説明の時間を重視したい。A では計算をすることで規則性に気づかせる流れであるが，時間のロスが気になった。B の方がスパッとどうやったら証明できる？という流れになり，本時の大事な部分に時間を当てられるような流れになっているため，B の方がよいと判断した。

・A では因数分解の公式を活用する場面が生まれないのに対し，B では因数分解の公式を活用する場面があるため，これまでの学習してきた内容を活用するという点で B の方がよいと判断した。

・B では偶数を扱った後に，「じゃあ奇数はどうなるんだろう」という流れは生徒の発展的な思考の流れが自然に生まれていて，確認問題としても扱えるため，B の方がよいと判断した。A は練習問題でどのような問題を扱うのかが気になった。

・B について，「〖2n(2n+1)を計算すると 4n〗^2+4n+1 になる」ということがわかった後に，「これで証明したことになるのかな？」という発問をしているが，「この式に奇数の 2 乗はないよ？やっぱりならないんじゃないの？」という煽り的な発問をしてもいいのではないかと思った。「証明したことになるのかな？」という発問だと「ならないよね？」って言ってることとあまり変わらないような気がした。

北海道教育大学大学院１年　鈴木さん

質問１

B

質問２

【問題から課題】

・A案は計算かつ式の法則に気付く，という過程が必要と感じ，問題から課題へ行くまで，時間がかかってしまうのでは？と考えました。

・B 案の方が，式にどのようなことをするのかが明確で，生徒の思考が止まる可能性は少ないのかな，と感じました。

【個人思考・集団思考】

・証明の正しさを確かめることも大切だとは思いますが，B 案では「この式は何を表しているのか」,「この式で何が分かるのか」が主になっていると思います。自分は後者の方に重きを置きたいと考えているので B 案にしました。

・B 案の方が生徒同士話し合う活動（生徒のリレー）が多くなり，対話的であるように思えました。

【終末】

・証明できて終わり，ではなく，生徒が自分から「この場合は？」「ここを変えてみたら…」と考え始めることが大切だと考えます。

・B 案の方が，統合的・発展的な考え方に生徒が向かうような展開であると思い，B 案にし

ました。

野島先生

質問１

A

質問２

文字を使って証明することができるという点において，A 案の方がシンプルな問題設定で，授業の目標達成に，迫ることができると考えました。

B 案は，因数分解を扱うため，授業目的以外のところでつまずく生徒がいるのではと考えます。問題においては，A 案は，予想が立てやすく，課題までの流れがスムーズだと思いました。B 案の問題から，指導案上の予想を出すのは厳しいのではないかと思います。

白糠町立白糠中学校　細川先生

質問１

B

質問２

どちらの授業も「よい授業案」だと思います。

ただし， B の指導案は普段から問題解決の授業を軸に展開している人にしか魅力は伝わらないと思います。書き方の問題ですが…実際の授業展開とこれを見た先生方の印象が大きく異なると思います。「問題解決の授業」を広める場合，A 案の方が良いと思います。

ここからが本題です。僭越ですが， 私なりに感じた B 案の魅力を箇条書きにさせていただきます。

・単線型問題解決の授業となっていて， 下位の生徒にはとてもわかりやすい。

・説明を形式的に行っていない。特に，「本当に証明したことになるのか？」という発問は，本質を捉え深い学びにつながっている。（したがって，本時の目標の 1 つめにある「説明することができる」という目標は疑問です。ちなみに， 目標は 2 つともこれで良いのか議論の必要がありそうです。）

・振り返りがより発展的な思考を促し，深い学びにつながっている。

丸井先生

質問１

A

質問２

A のように最初に具体的な数字で触れることでより文字で証明する必要感を出せると思いました。
また，B の問題提示のように文章での問題提示は場面の把握に時間がかかる子どもがいた時に目標に関わる活動に入るまでに時間がかかってしまうのではと思いました。
問題の結果も A の方が 2 つの数の和というのがわかりやすいので，子どもにとっても扱いやすい数値なのではないかと考えました。

匿名希望

質問１
Ａ

質問２
具体数の計算の連続から規則性を予想しやすいから
B は課題までの流れがイメージしにくい。
考察と代替案
A は考え方を 3 つ比較していますが，証明としての答えが出る前の比較は証明の仕組みが理解できない子にとってハードルが高く感じます。
また，最初に出てくる考えとしては大きい方の数を n とし，小さい方の数を n-1 として，2n-1 という答えになる証明ではないでしょうか。
そこで，2n-1 という答えがなぜ連続する二数の和の証明となるのかをおさえた後，
「証明の方法はこれだけですね」や
「では 2n+1 となっている人は証明を間違えているということですね？」
などと問いかけ，別の数による証明を引き出し，説明させるという流れの方が自然である気がします。
B は④が出てこないと課題が設定できないので，無理に引き出さないという部分に疑問を感じます。
そこで，④を引き出すために
2×4+1=9
4×6+1=25
6×8+1=49
などと具体数の計算を先にだしてから問題を提示するといいのではないかと考えました。
おそらく，備考のとこで書いてあるところでやりとりするのでしょうが，自由に数を羅列するよりは気づくように計算を並べる方が効果的ではないかと感じました。

常陸先生

質問１

「導入で自分の考えをもちやすい」という視点では，A 案の方がよいと思いました。

質問２
自分の考えを持つという視点から考えると，A 案は問題に具体的な数字が示されているため，考えるよりどころがあると思いました。B 案は自由に考えられる反面，学力低位の子にとっては，考えをもいにくいかもしれないと考えました。

大楽毛中学校　扇谷先生，下山先生，藤村先生，溝渕先生

質問１
扇谷　B
下山　B
藤村　A
溝渕　B

質問２
Ａ案
具体から法則性を見つけて，それを文字式を用いて証明していく王道のプランだと思います。ただ，１００の２乗－９９の２乗を取り上げて，「計算が面倒だ」という流れにいくと工夫して計算する。方法を考えるという課題がでてきてしまうので本時の目標から少しずれてしますような気がします。最初の３つの式からでも十分に法則性は見い出せると思うので，「見つけた法則はどんな自然数でも成り立つの？」という流れで文字式の照明にスムーズにつなげた方がいいのかなと感じました。証明については，①の誤答はいらないかな（自分なら扱いません）証明の結論部分で，自分の示したい形に式変形することを意識させるなら，２ｎ－１ではなくｎ＋（ｎ＋１）で終えている生徒の証明を取り上げて，「なぜ，○○さんはこの式で終えているのかな？」という振りを入れたいです。最後の教科書の練習問題を行うというのはＰ２９の問なのかな？それともP３０の問２かな？どちらにしても本時の流れの練習にはなじまないような気がします。
Ｐ２９は工夫して計算だし，P３０は上の問題の流れがあっての問２なので，どちらもしっくりきません

Ｂ案
流れは自分の指導観にかなり近いのでしっくりきます。ただ，質問が１つあって「連続する２つの偶数の積に１を加える・・・」を扱った後に「連続する２つの奇数・・・」を扱ったのは，やはり指導要領解説に書いてあるからなのかな？教出･学図･啓林は偶数から奇数で，東書は奇数から偶数になってるから教科書通りにいけば奇数から扱うのかな。指導案の留意点の下から３番目の子供が停滞したとき…のところに書いてある「教科書を見ると…」は

東書には書いてなかった（自分で見つけられてないだけかもしれないけど)。でも，自分的には「偶数から奇数」の方が扱いやすかったので，このプランが良いと思います。

匿名希望

質問１

Ｂ

質問２

「よい授業」の定義を，本時の目標に向かう生徒の姿・本時の目標を達成する生徒の姿が見られる授業とするならば，私は，個人的にＢ案がそちら側の授業かなと思います。

はじめに，学習活動１についてです。

Ａ案は，いきなり問題と出合います。

それに引き換え，Ｂ案は，文章を言葉に変換する作業が入ります。

「数学の公式や計算に苦手意識がある生徒にとっては，いきなり，難しそうな式に出くわすと，モチベーションを保つのに難しいのではないかと思います。どちらの指導案も，結果計算は行わせますよね。それでも，Ｂ案のほうが，文章なので，一見難しそうですが，なぞなぞめいているというか，式から入らないので，考えてみようとする生徒が多い気がしました。さらに，その計算が難しければ難しいほど，できたという実感も遠のいてしまう可能性が高いかと感じました。到達させたい目標にいかにうまく乗せながら，活動させられるかも大切ではないかと思いました。大切なポイントの学習活動３については，複雑すぎますので，もう少し勉強させてください。

釧路市立釧路小学校　小倉先生

質問１

Ｂ

質問２

Ａ案についての課題点と考えたところ

１．本時の目標

「証明することができる。」になっている。「連続する２つの整数の２乗の差は，２つの整数の和になる。」になる理由を簡潔・明瞭・的確に説明できることが本時で目指す子供の姿なので，証明ができればよいわけではない。

２．課題把握　３．個人思考・集団思考

本時では，問題を解決する過程で特に次の４点について指導することが重要である。

①目的に応じて式を変形すること

②式の意味を読み取ること

③式変形の方針を明らかにして，簡潔・明瞭・的確に説明すること
④証明を読んで新たな性質を見い出すことで発展・統合的に考える力を養うこと
・①について
本時の課題は「連続する２つの整数の２乗の差は，２つの整数の和になる。」なので，(n+1)2-n2 を n+(n+1)=2n+1 という形の式に変形することを目指す。しかし，(n+1)2-n2 を展開するだけで 2n+1 という式に変形することができるので，2n+1 という形の式に変形することを目指しているかを見とることが難しい。例えば，(n+1)2-n2 と目的に応じて式で表した時に，この続きを考えさせる場面を設定し，2n+1 になるように展開する考え方をを子供から引き出す必要がある。展開しただけでは，目的に応じた形の式に変形できない場面ができる問題を用いると，子供の困り感を意図的・計画的に見取り，共有することで目的に応じた形の式に変形する必要性が明確になる。
・②について
n2-(n-1)2 というを誤答を提示することで，式の意味を明確に読み取ることができる。子供の実態に応じて，取り上げることができればよい。３つ目の考えを取り上げる意図は，2n+3 という式の意味を n+1 と n+2 の和になっていることを読み取ることにあると考えられる。式の意味を読み取ることで，目的に応じて式を変形することに着目することができる。①で 2n+1 という形の式に変形することを目指しているかを見とることが難しい。と記述したが２つの考え方を通して，目的に応じて式を変形する必要性が明確にすることができる。
・③について
本時の課題に対する式変形の方針とは，❶文字をおくこと❷意味に合わせて文字で式に表すこと❸目的に応じた式に変形する形を知ることである。❸については①の通り，❷ついては②の通りである。❶については，特に気になるところはありませんでした。
　簡潔・明瞭・的確を「かんたん」「わかりやすく」「論理的に」と捉えている。２つ目の考え方が展開が１つであるが，２つ目も３つ目も簡潔については大きなちがいはない。わかりやすさについても大きなちがいは見られない。
・④について
本時の問題では，式の変形を振り返り，本時の課題の意味を発展・統合的に拡張することが難しい。既習の学習において，証明を読んで新たな性質を見いだすことを指導している。既習の考え方を用いて，本時の課題を捉え直し，統合的・発展的に考える力を養いたい。

釧路市立鳥取西中学校　柴田先生，黒澤先生，田村先生，五十嵐先生

質問１
A…２人　B…２人

質問２
《A案派》

〔①の先生〕
・式で提示されることで視覚的にも問題を理解しやすいのがＡ案だった。式を１つずつ順番に提示することで，一度に提示するのと比べると時間はかかってしまうが，　問題に対しても関心や意欲をもち，良く理解することに繋がると感じた。
・差が２数の和，奇数であるのの他にも，初めの整数の２倍から１をひく，あとの西葦数の２倍に１を足すなど多様な考えを引き出すことができる。
・計算しにくい数を用いることで，簡単に求める方法はないかだったり，自分の予想がどんな数でもいえるのか，など必要感を持って課題に取り組むことができる。
・あとは，簡単な数値や文字計算を扱う方が子供にとって整数の性質や規則性に気づきやすいように感じた。
〔②の先生〕
・Ａ案は具体的な数を提示しているため，船員が取り組む事が可能。Ｂ案は抽象的なため，低層の生徒は問題に向かう姿勢が消極的になりそうな予感がする。
・問題で生徒の関心を持たせやすく，課題の設定や解決に意欲や自主性を感じさせやすいのはＡ案だと感じた。

《Ｂ案派》
〔③の先生〕
・Ａ案は１００２－９９２が面倒という流れは自然ではないように感じる。
『連続する２つの整数の２乗の差はどうなる？⇒予想から「奇数になる」「２つの整数の和になる」を引き出す⇒課題提示』の方が自然なのでは？
・Ａ案の個人思考の場面で取り上げる順番を誤答からとりあげる意図がイマイチわからなかった。
・Ａ案は「あっ！そうだ！」「えっ！なんで？」など，生徒の思考の抑揚がないように感じる。それに比べてＢ案は，「２n(２n＋２）という式からの逆思考」「４n２＋４n＋１は奇数の２乗と言えるの？」⇒「あっ！因数分解すれば・・・」など思考を促す発問がある。また，停滞したときの手立てもあっていい。
・練習問題も「連続する偶数の積に１を加える」⇒「連続する奇数の積に１を加えたら」と自然な流れで証明問題に望める。
〔④の先生〕
・問題把握の際，深い学びに繋がる要素が残っているからＢ案がいい。特に，振り返りの場面で「連続する２つの奇数の積に１を加えた数」の考察
・Ａ案の方が課題把握への転換がスムーズな気はしました。終末で教科書の後などに京の課題を振り返る時間があれば，「連続する」という条件が無くなったとき２乗の差はどうなるのか？を考えさせてみたい。

北海道白糠養護学校　 加藤優先生

問１

Ｂ

質問 2

私 は個人思考・集団思考の場面に着目し，学習指導要領解説数学編の「文字を用いた 式で数量及び数量の関係を捉え説明すること」に記載されている 3 つの過程と照らし 合わせながら比較しました。

A 案は連続する２つの整数を文字でどのように表すのかについて確認することで証 明の方針を立てさせています。個人思考の後に異なる 3 つの解決方法を比較検討して います。取り上げる解答について①と②を比較させることで「大きい数 の２乗から小さい数 の２乗を引くのが正しい」ことを明らかにすることを狙っていますが私はこのことは 予想の段階で確認するか，あるいは課題設定の後に方針を立てる場面で文字の表し方 の確認と一緒に確認した方が良いと考えました。理由として文字を使って証明するこ とが目標であり，②と③を比較する活動において「ｎとｎ＋１」「ｎ＋１とｎ＋３」で 表すことができる理由や「２ｎ＋１」と「２ｎ＋３」という異なる文字式であるがど ちらも課題解決できている理由などについて問い返していくことで連続する２つの整 数であることや奇数を示していることなどの見方・考え方を明らかにすることに重点 を置きたいからです。

B 案はステップを設けて「２ｎ（２ｎ＋２）＋１」と「４ｎ²＋４ｎ＋１」と「（２ ｎ＋１）²」という異なる表現で示された等式に注目させ，それが示す意味を集団思考 で明らかにしています。

「 ２ｎ（２ｎ＋２）＋１＝４ｎ²＋４ｎ＋１」を取り上げる場面では，その理由を問 うことで連続する２つの偶数を２ｎ，２ｎ＋２で表したことや左辺が連続する２つの 偶数の積に１を加えた数を示していることを説明することが促され，本時の目標が達 成されています。また，〔これで「いつでも『連続する２つの偶数の積に１を加えた数 は， 奇数の２乗になる』こと」を証明したことになるのかな？〕と発問することで右 辺のままでは説明できていないことに気づかせ，個人思考するよう仕向けています。また，「（２ｎ＋１）²」に因数分解できることを生徒の実態に応じて教科書を確認して 解消することで「（２ｎ＋１）²」が示す意味を説明するという本時の目標の達成に向 かうよう留意されています。

岸田先生

質問１

Ｂ

質問２

②提示方法と合わせて，問題が文字を使う必要性をより持たせられるものと感じました。そ

して，振り返りで答えの値について考察する場面があり，論理への深い理解が図られている点がいいと考えました。

草西先生

質問１

Ａ

質問２

主に問題から課題までの流れをみて決めました。

A 案の問題は三列目までの式は何も考えずともすぐ計算できるので取り掛かりやすく，4 列目に取り掛かる際に（指導案上にもありますが）「めんどくさい」という反応が予想されます。そこで三列目までの計算を元に「二つの整数の和になるのではないか」という予想が発生し，課題に進むという流れが，シンプルでかつ自然で良いと思いました。

B 案の問題の提示の仕方を実際見てないのでわからないですが，こどもが問題に取り掛かりたいと感じるのかどうかが気になりました。また，どんな数になるかを問うと予想されるこたえが，指導案上では 4 通りあり，そこからひとつの課題にしぼる過程も気になりました。

今回の選ぶ基準は自分がやるならどっちの指導案でやるかで，決めました。

実際に二つの授業を見たかったです。

稲葉義充先生

質問１

Ｂ

質問２

「A 案を捉えた感想」

・導入問題が生徒にとって捉えやすく把握しやすい

・①の誤答は典型としてよく出てくる反応な　のか

・3 つの考え方を本時内に扱い切れるのか

・①は返って本時の流れを悪くしてしまわないか

「B 案を捉えた感想」

・自然な流れであり，「(奇数)^2」に変形する必要性を深く理解できる授業だと感じた

・予想で④が出た場合は振り返りの時間に扱うでは厳しいのか

勉強たりずな部分がありますが，以上が私が B 案を選択した理由です。

成央小学校　馬場先生

質問１

Ｂ

質問２
Ａ案について
〇本時の目標についてです。「整数の性質を帰納的に見出し～」というところの,「整数の性質」とありますが，授業全体を通して生徒自信が，「これが整数の性質です」と意識する場面がしっかりと用意されているか。
⇒目標として設定しているので，評価にも関わってきますが，私自身が授業を参観しているとすると，本時の終末部で生徒が「整数の性質を帰納的に見出している」と判断しづらいと感じました。（あくまでも指導案上）

〇問題についてです。実際に問題集や教科書等でも見かける，なじみのある（とっかかりやすい）問題という印象を受けました。生徒にとってもおそらく，取り掛かりやすい問題であるといえると思います。
⇒一方で，今回の課題との兼ね合いで気になる点がありました。課題では「連続する２つの整数の２乗の差は～」となっているので，問題に負の数の２乗についての問題があってもいいのかと思いました。（その他に展開部中段で，見方を広げる発問または，練習問題等他の場面で取り上げてはどうでしょう？）

〇計算しにくい数を用いて文字を用いる必要性をもたせる。ここが一つの山場になりそうですね。実際に生徒とのやり取りが見たくなりました！

〇指導要領にかかわって。Ｐ１３８の下段。「これらの公式を能率的に活用し，目的に応じて式を変形したり式の意味を読み取ったりできるようになることが重要である。」にかかわるとあります。
⇒本時では，この点に関わっては２つの場面がありました。１点目は，４番目の■の問い返し。２点目は（n＋１）＋（n＋２）のところ。
⇒１点目について。今回は,「２つの整数の和になっているだろう」という予想から，その予想を証明するために必要な式の形を考えるところまでが課題解決のための流れだと考えられるので，重要な問い返しの場面だと思いました。ただし，B案と比較すると，ウェイト（目的に応じて式を変形させる技術）が軽めだという印象ですが，単元の流れを通した時に，ここでの抑えとして適切かどうかは，皆さんに教えていただきたいところです。
⇒２点目について。（ｎ＋１）＋（ｎ＋２）のとこでは，式をできるだけ簡略的に表し，効率的に解くという観点で見ると，大きく取り上げる必要はないかと思います。（ほかの先生の意見も聞きたいところです！）

B 案について

〇本時の目標についてです。証明を読み直して～の項目があることがすごく良いと思いました。学習指導要領にも明記されており，ここに本時の「もう一歩深める」部分につながっていくだろうと考えられました。

〇問題についてです。どんな数になるだろうか。であるため，予想が立てやすいと感じました。直感的に出された中に，本時の課題へとつながるものが自然にでてくる感じがします。
⇒単純な質問でもうしわけないですが，－８から８という範囲を選んだのはなぜですか？

問題提示の-８～８の数字だと，０以外の平方数が正負について３つずつ出てきます。帰納的に考えようとした際に，正負それぞれ３組以上の組み合わせを見せる必要があると考えたため，−8 から８です。また，ランダムな数字設定を子供に任せると，大きな平方数を見たときに，子供が平方数なのかどうかを弁別するのに時間がかかってしまいます。したがって，－８～８としました。（赤本）

〇A 案同様に，文字を使う必要性について確認する時間を確保。生徒とのやり取りがすごく気になります！

〇指導要領にかかわって。A 案でも述べましたが，Ｐ１３８の下段。「これらの公式を能率的に活用し，目的に応じて式を変形したり式の意味を読み取ったりできるようになることが重要である。」について。
⇒本時ではここにかかわる部分が２点あったかと思います。１点目は■４番目。「証明したことが「奇数の２乗になる。」ことだから～」のところ。この部分に本時におけるもっとも重要な問が含まれていると考えました。ポイントはこれまでに学習してきた因数分解をもちいているということだと思います。因数分解が形式的なものだけでなく，必要感をもって活用に至るという生徒の思考が重要だと考えられるからです。
⇒２点目は振り返りの場面。新たな問がレポートとして提示されているということで，学びのつながりを感じます。これをするためには，生徒が「学び方」を理解していることが重要で，毎日の授業の中で適宜このような取り組みが位置づけられている必要があると考えられます。コロナの状況だからこそ，今こそ子どもに「学び方」を伝えることが重要だと感じました。

森壮汰先生

質問１

B

質問２

Ａ案について

・課題把握の際，連続する２つの整数を文字でどのように表すかを確認するとありますが，①の考えを取り上げた際に，「このｎ，ｎ＋１ってなに？」と確認してもよいかと思います。
・①→②の順に取り上げて，どちらが正しいのかな？と聞くまでもなく，①を取り扱う際に指導案に書かれている生徒の言葉がでる気がします。
・「２ｎ＋１という結果が２つの整数の和とつながるのかな？」という発問は「なぜこの式で証明できたといえるのかな？」くらいでもいい気もしました。
・①→②を取り上げ，「どちらが正しいのかな？」という発問をし，式の順番について考察する流れになっていますが，その際，２ｎ＋１が，ｎ＋ｎ＋１だと見えている生徒は，問題ないですが，２ｎ＋１がわからない生徒にとっては，答えもわからないし，式の順番もわからないし，と混乱してしまう可能性があると思います。例えば，式の結果までは取り上げず，$n^2-(n+1)^2$と$(n+1)^2-n^2$を取り上げ，ｎとｎ＋１について確認した後，「どちらが正しいのかな？」という発問につなげるのもありかなと思います。

Ｂ案について
・個人思考→集団思考が，２ｎ×（２ｎ＋２）＋１について，２ｎと２ｎ＋２について確認し，式自体の意味をおさえ，$4n^2+4n+1$について考えていくという流れが，学指の流れを踏まえたうえですっきり整理されていてわかりやすいと思いました。

一般企業　清水聡さん
質問１
Ｂ

質問２
今後「先生」に必要となる「生徒の考えに合わせて気づかせる」という力がないと出来ない授業になっているため。今後 AI がますます導入されるであろう教育機関においてこのような指導のみが求められると考える。

ます，「数の性質」において，
指導要領は
「第３学年では，二次方程式を解く場合や，三平方の定理を活用して長さを求める 場合には，有理数だけでは不十分なので，数の範囲を無理数にまで拡張する。新し い数として平方根を導入することで，これまで扱うことができなかった量を考察の 対象とすることができる。このような正の数の平方根の必要性と意味を理解し，正 の数の平方根を含む簡単な式の計算ができるようにするとともに，具体的な場面で 平方根を用いて表したり処理したりすることを通して，それを具体的な場面で活用 することができるようにする。」（原文ま

ま）
一方，高校受験（以下受験と約する）においては
「1 文章問題→②数式に置き換える→③規則性を見つける→④無理数（N 番目）を式で表す」
という力が求められる。
という認識から始める。

A 案に関して
流れは，例題→手間だという実感から N で表した方が便利だと意識を持たせる→N で表すために規則性を見つけよう→みんなで確認しよう→実際の問題を解いてみよう
指導要領の「これまで扱うことが出来なかった～」や「「必要性を理解し～」に沿っておりB 案よりわかりやすい。
受験においては，②→①→③④という形である。
受験を控えている生徒に関しては演習問題で出てくるであろう①→②の「文章からゴールを見据えて数式に表してみる力」が備われば，この単元の正答率は上がるはずである。
しかも，生徒の「気づき」（めんどいから文字で表せば全部一つの式で出来るからええやん！！）や数学の醍醐味でもる「考え方は何通りもある」（これもあれも数式にしたら違うけど表しているのは同じなん？面白い！）が体感出来る。

（以下より B 案を推奨する清水の判断基準，私的見解である）
しかしあえて言うなら，誰にでもでき誰にでも当てはまる，つまり大人数に向けての授業であり，「数の性質」の理解力の底上げである。
本来はこのような授業が求められ，底上げした生徒たちの中からより興味のある生徒が生まれより深く勉強していく，という形が理想であると考える。
けれども，今は理想であったと言い換えるべき。
今後 AI が教育現場に参入してくる中でこのような授業は AI がとって代わるであろう。
指導要領にあることの習得は，AI で補える仕組みがすでに出来ている。
今後，先生に求められる力，生徒に求められる力は以下であると考える。
A，　考え予想する
B，　その考えを言語化する
C，自己で創りあげたものを破壊し再構築しゴールへ向かわせる

上記の観点で A 案を考察すると，
画一的で同じ疑問しか出ないような案になっている。
多くの生徒が「手間だから文字式にしてみよう」という気づきに帰結する。
ダメでは全くない。むしろこのような疑問を多くの生徒に持たせるのは至難でありさすが数学研究会のメンバーだと感じる。

そのうえでもう一段階，高次元の授業をしているのがＢ案である。
Ｂ案を考察してみる。
流れとしては，例題＋小課題→予想（規則性があるかも？）→大課題（文章題）→文章題からＮを使った式を考える→確認→さらなる問題提起
という形である。
一言で言うなれば，何を考えるのかわからない。
授業開始したあと，手も足も出ない生徒を先生がたった数十秒見逃しただけで残りの 40 分が退屈で無駄になる。生徒はグラウンドを見ながら放課後の部活動のイメージトレーニングに励む時間となるだろう。
だが，生徒たちの中で「？」が出てクラスの空気が停滞した瞬間に先生が救いの一言を言うと思考の車輪が回り始める。漕ぎ出す瞬間がもっともエネルギーが必要である。

生徒一人一人が同じ顔ではないように考えるスピードも考え方も諦める速さもさまざまである。一人一人に合わせた声掛けをすることで生徒は
予想をすることで，考えを言葉にし，さらにそれを数式にする，次のステップとして「奇数の２乗ではないか」という予想から更なる予想を組み立てる。
先生から救いの一言を受けた（生徒自身がその言葉を救いと感じ漕ぎ出した）生徒は，45 分間ずっと思考を回し続ける時間になる。加えて言うのであれば，最後の「連続する奇数の積に１を加えて～」も自然発生的に疑問に思うはずである。
そのような導きが成功したとするならば，この授業は生徒にとって「数の性質」の理解だけにとどまらず，理解の一つ先の次元の探求したいという欲求に飛び込むことになる。
（数字ってなんか面白くない？なら連続する３つの整数の積は・・・おお～，２の倍数は２（～）とＮ(N+1)と２パターンで表せるやん！しかも必ず３の倍数が含まれるから･･･！！！これは！！！）
先生としてこの授業は非常に難しいと感じるが，この授業こそ今後の教育現場で求められている，５年後の「良い授業をしてくれる先生」の姿である。
生徒に知識を教える先生の姿ではない。

中茶安別小中学校　大畠先生

質問１
Ｂ

質問２
【Ａ案】
○問題が帰納的に予想しやすく，どの生徒も取り組みやすいように感じる。

▲問題の段階で，性質がかなり明らかになるので，そこから証明につなげる必要感がやや薄いか。
○証明中に扱う文字式がそれほど複雑ではないので，比較的計算しやすい。
▲１問完結のため，練習問題は①この問題の発展 ②類題 ③それ以外のどれにするかの検討が必要か。
→「教科書の練習問題を行う。」は，どの問題を想定していたのか？
【Ｂ案】
○問題文だけだと困る生徒が出そうだが，留意点（◆）にある問題提示への工夫が分かりやすい。
○計算結果をパッと見て「奇数だ」という予想から始まり，「ただの奇数じゃなく２乗の数になってないか」「しかも奇数の２乗だ」と，この１問に対して深く考えることができる。
▲↑の反面，色々出てくるであろう予想の取り上げ方や，課題へのつなげ方は工夫が必要か。
▲証明中に扱う式が，文字に係数があったりしてやや複雑なので，計算が苦手な生徒には少し大変か。
○「数→式」だけでなく「式→数」も適切に組み込まれている。
○問題文の「偶数」を「奇数」に変えるなど，練習問題として発展させやすい。

附属小学校　大浦先生

質問１
Ｂ

質問２
→初見で難しそうと感じたのですが，子供が思考を続ける姿が想像できたのでＢ案を選びました。　既習の内容から新たなものを想像する流れがよいと感じました。　ただ，内容が多いようにも感じましたが，中学生ならできるのかな？とも思いました。

次頁に改善案を載せる。

算数・数学科　指導案（略　案）

学習事項：

・本時の目標　連続する２つの整数の２乗の差は、２つの整数の和になることについて文字を使って説明することができる。（思考・判断・表現）

・本時の展開

教師の働きかけ（■）・生徒の学習活動（○）	留意点（□）・評価（※）
１．問題提示 問題　次の計算をしよう。 $3^2-2^2=$ $4^2-3^2=$ $5^2-4^2=$ $100^2-99^2=$ ○「100^2-99^2が面倒だ。」「２つの整数の和になるから 199 だよ。」 ■「本当に 199 になるの？」 ○「10000―9801＝199 になるよ。」「他の式でも２つの整数の和になっているね。」 ■「でも、この４つの例だけで証明したことになるのかな？」 ○「もっと多くの式で確かめよう。」「でも、それは大変じゃない？」 「数ではなく文字を使って証明すれば良いのでは？」	□連続する２つの整数の２乗の差であることを説明する。 □式を１つずつ順番に板書して問題を提示する。 □計算しにくい数を用いることにより文字を用いる必要性をもたせる。
２．課題把握 課題　連続する２つの整数の２乗の差が２つの整数の和になることを、文字を使って説明しよう。	□困っている生徒への手立てとして「式で表している人がいるよ」などとつぶやき思考を促す。
３．個人思考・集団思考 ○「$n^2-(n-1)^2$という式になったよ」 ■「このように考えている人がいたんだけどどのように考えたのだろう？」 ○「２つの整数を n と n−1 で表したんだね。」「大きい整数の２乗から小さい整数の２乗をひいているね。」 ○「$n^2-(n-1)^2$の式を整理したら、$2n-1$ になったよ。」 ■「$2n-1$ という結果が２つの整数の和とつながるのかな？」 ○「$n+(n-1)=2n-1$ になるから、計算の答えが２つの整数の和になることが証明できたよ。」「奇数になるということもわかるね。」 ○「２つの整数を n と n+1 と表したけど、これでもできるのかな？」 ○「$(n+1)^2-n^2$は計算の結果が $2n+1$ になったよ。」 ■「$2n-1$ にはならないね。これなら間違いじゃない？」 ○「でも、整数の表し方が違うよ。もとの整数が n と n+1 だから $2n+1$ で証明したことになるよ。」 ■「この方法でも証明することができるのですね。」	□異なる文字の表し方でも、連続する２つの整数の２乗の差が２つの整数の和になることを証明できることを強調する。 ※連続する２つの整数の２乗の差は、２つの整数の和になることについて文字を使って説明することができる。 （ノート・発表）
■連続する２つの（整数）を（偶数）に変えたらどんな数になるのかな？ ○「$2^2-0^2=4$」「$4^2-2^2=12$」「$6^2-4^2=20$」となったよ。 ○「偶数になりそう」「4 の倍数になりそう」 「中央の数の 4 倍になるんじゃない？」 ○「文字を使って説明してみよう。」	□（整数）を（偶数）に変え、学びを広げる手立てを行う。 □予想までさせて、文字での証明は宿題とする。

算数・数学科　指導案（略　案）

本時の目標

・文字を用いた式を使って，「連続する２つの偶数の積に１を加えると，奇数の２乗になる」ことを説明することができる。（思考・判断・表現）

・証明を読み直して，$2n(2n+2)+1=(2n+1)^2$ という式の変形を振り返り，新たな性質を見いだそうとしている。（主体的に学習にかかわる態度）

本時の展開

教師の働きかけ（■）　生徒の学習活動（○）	留意点（◆）　評価（※）
1　問題の把握 問題　…　-8　-6　-4　-2　0　2　4　6　8　… 1を加える　48→49　24→25　8→9　0→1　0→1　8→9　24→25　48→49 連続する２つの偶数の積に１を加えると，どんな数になるだろうか。 ■予想しよう。 ①奇数になる　②ある数を２乗した数になる　③奇数の２乗になる ④連続する２つの偶数の間の奇数の２乗になる　など	◆−８から８までの整数を提示後，偶数を抜き出し，問題を提示する。 ◆数字の式も見せて，命題を生徒につくらせるようにする。 ◆④は無理に取り上げない。
2　課題の明確化 ■どんな連続する２つの偶数を選んでも，いつでも連続する２つの偶数の積に１を加えた数は奇数の２乗になるのかな？ ○なるはず　○具体的ないくつかの数で調べてもなる ○すべての連続する２つの偶数について調べることはできない ○文字を使って説明すればよさそう 課題　いつでも「連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，奇数の２乗になる」ことは，どのように証明すればよいのかな？	◆文字を使う必要性をおさえる文脈をつくった上で，「どのように考えればよいのか」問いかけ，課題につなげる。
3　個人思考・集団思考 ○$2n\times(2n+2)+1=4n^2+4n+1$ ■この式をかいている生徒は，どのように考えているのかな？ ○n を整数として，連続する２つの偶数は 2n，2n＋2 と表した ○「連続する２つの偶数の積に１を加える」ことは，$2n(2n+2)+1$ を計算することを意味している ○$2n(2n+2)+1$ を計算すると，$4n^2+4n+1$ になる ■これで「いつでも『連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，奇数の２乗になる』こと」を証明したことになるのかな？ ○証明したいことが「奇数の２乗になる」ことだから，$4n^2+4n+1$ を$(奇数)^2$という形の式に変形しなければいけない ○$4n^2+4n+1$ は$(2n+1)^2$ と因数分解できる ○$2n+1$ は奇数を表しているから，連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，奇数の２乗になる	◆「式に表したんだね」，「どのように計算できるのかな？」などとつぶやきながら机間指導する。 ◆あえて，「$2n(2n+2)+1=4n^2+4n+1$」という式を取り上げて，「何を文字に置いたのか」，「続きはどのように考えればよいのか」について考えるように仕向けていく。 ◆子供が停滞したときには，「教科書を見ると，$(2n+1)^2$ という形の式に変形しなければならないとかいてあるのだけれど，どうしてかな？」と問いかけ解消する。 ※文字を用いた式を使って，「連続する２つの偶数の積に１を加えると，奇数の２乗になる」ことを説明している。（行動観察）
4　振り返り ■証明を振り返ると，連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，どんな奇数の２乗になるといえそうかな？ ○$2n+1$ は 2n，2n＋2 の間の奇数だ ○連続する２つの偶数の間にある奇数の２乗になるといえる ■（黒板上の「問題」に，奇数が残っているので，そこに着目させて）「問題」の「偶数」を「奇数」に変えて，連続する２つの奇数の積に１を加えると，どんな数になるといえるのかな？	◆④の考えがすでに出ている場合は，「証明を振り返って，『奇数の２乗になる』こと以外にどんなことが読み取れそうかな？」と問う。 ※証明を読み直して，$2n(2n+2)+1=(2n+1)^2$ という式の変形を振り返り，新たな性質を見いだそうとしている。（行動観察） ◆予想したことの証明をレポート課題とする。