算数・数学科　指導案（略　案）

A案

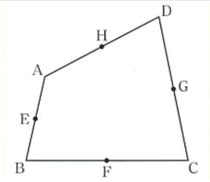
学習事項：中３５章「相似な図形」中点連結定理の利用

・本時の目標

①中点連結定理を利用して，図形の性質を証明することができる。(思考・判断・表現)

②証明を振り返る活動を通して，条件を変えて発展的に考えた図形の性質を証明することができる。(思考・判断・表現)

・本時の展開

教師の働きかけ（■）生徒の学習活動（〇）	留意点（◆）評価（※）
1. 問題提示 **問題** （ノートに四角形 ABCD をかかせ，辺 AB,辺 BC,辺 CD,辺 DA の中点 E,F,G,H をとらせる。） 四角形 EFGH はどんな四角形になるだろうか？  〇予想する。「正方形・長方形・ひし形・平行四辺形」 ■「これらの四角形は，まとめて何と言えるかな？」 〇「どの四角形も平行四辺形と言える！」 ■「いつでも平行四辺形だと言うにはどうすればいい？」 2. 課題把握 課題　四角形 EFGH が平行四辺形であることは，どのように証明すればいいかな？	◆四角形をかかせる際，特殊な四角形も可とする。ただし，多くなりすぎないよう注意する。 ◆ほかの四角形は「平行四辺形」の特殊な形だということを想起させ，課題把握につなげていく。
3. 個人思考・集団思考 ■補助線である対角線 AC をひいたり，等長記号をかき入れたりしている生徒を取り上げ，黒板の図にかかせる。「この図をもとに考えられるかな？」 〇「$EF \parallel AC, EF=\frac{1}{2}AC$」 ■「どうしてこの関係が成り立つの？」 〇「△ABC で，中点連結定理を利用できるから！」 ■「中点連結定理を使えるのはここだけかな？」 ⇒図に着目させ，△DAC でも同様の議論をする。 ■「2 つの関係式が出てきたけど，これで平行四辺形だと言えるかな？」 〇「1 組の対辺が平行，長さが等しいという条件が使えそう！」 ■「えっ，ホントに？！どうしてそう言えるの？」 〇「①，②より，$EF \parallel HG, EF=HG$ が言えるから！」 (証明) 対角線 AC をひく。 △ABC で，2 点 E,F はそれぞれ辺 AB,BC の中点なので，中点連結定理から， $EF \parallel AC, EF=\frac{1}{2}AC$ …① 同様に，△ADC で， $HG \parallel AC, HG=\frac{1}{2}AC$ …② ①，②から，$EF \parallel HG, EF=HG$ 1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，四角形 EFGH は平行四辺形である。	◆個人思考は長く時間をとりすぎないようにし，図にかきいれている生徒をすぐに取り上げたい。いない場合は，こちらから提示することも想定される。 ◆関係式を取り上げ，どうしてこの関係が成り立つのか逆思考的に考えさせる。“どの三角形” で “どの辺” が 2 等分されているかについても丁寧に確認したい。 ◆平行四辺形になるための条件が曖昧な生徒が多い場合については，条件を確認することも想定される。 ◆証明の文章表現については，全体での練り上げの段階で逐一指導していく。 ※中点連結定理が利用できることに気付き，関係式を導き出している。 （ノート･発言）
4. 振り返り（Ⅰ） ■「今回の証明ではどこに補助線を引いて証明を進めたかな？」 〇「対角線 AC！」 ■「対角線 BD じゃ証明できないの？」 (証明) △ABD と△CDA で，中点連結定理より， $EH \parallel BD, EH=\frac{1}{2}BD$ $FG \parallel BD, FG=\frac{1}{2}BD$ だから，$EH \parallel FG, EH=FG=\frac{1}{2}BD$ 1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，四角形 EFGH は平行四辺形である。 ■「対角線 BD でも同様に証明が可能だね！」	◆特殊な四角形(ひし形，長方形，正方形)につなげるために，対角線 BD に着目させたい。 ◆関係式の根拠を聞きながら証明を進めていく。 ※証明を読み直し，対角線 BD でも同様のできることに気付いている。(ノート･発言)

算数・数学科　指導案（略　案）

5. 振り返り（Ⅱ） ■「ところで，予想の中でひし形が出ていたけど，四角形 EFGH がひし形になるときどんな条件があればいいかな？」 ○「ひし形の定義は，【4 つの辺が全て等しい】」 「式にすると，【EF=FG=GH=HE】」 ■「ひし形の定義式を見て，何か気付くことはあるかな？」 ○「$\mathrm{FG}=\mathrm{HE}=\frac{1}{2}\mathrm{BD}$ だ！」「対角線 BD の証明のときに出てきたから！」 ■「EF と GH についてはどうなる？」 ○「$\mathrm{EF}=\mathrm{GH}=\frac{1}{2}\mathrm{AC}$ だ！」「対角線 AC の証明のときに出てきたから！」 ■「じゃあ，四角形 EFGH がひし形になるには，どんな条件があればいいの？」 ○「AC=BD という条件があればいい！」 ■「えっ，どうして？」 ○「AC=BD が言えれば，【EF=FG=GH=HE】となるから！」 ■「ちなみに，AC と BD って何の長さだったっけ？」 ○「対角線の長さ！」 ⇒『四角形 ABCD の対角線の長さが等しいとき，四角形 EFGH はひし形になる！』 6. 発展（宿題） 問．四角形 EFGH が長方形や正方形になるときは，どんな条件があればいいかな？ 長方形：対角線が垂直に交わる 正方形：対角線の長さが等しく，垂直に交わる	◆予想の段階でひし形が出ていなければ，こちらから提示する。 ◆生徒の考えが停滞している場合は，ひし形の定義を想起させる。 ◆関係式がどの証明から読み取っているのか，一つひとつ確認していく。 ◆関係式どうしをつなげる場面では，板書や生徒の考えをつなげながら確認していく。 ◆実際に長さの等しい対角線をかかせて，本当にひし形になることを再確認する。 ※ひし形の定義式との関係を，証明を読み直してとらえ，図形の性質を証明している。（ノート・発言） ◆発展の問．については，次時に短時間で答え合わせを行う。

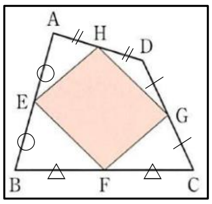
算数・数学科　指導案（略　案）

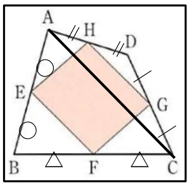
B案

本時の目標

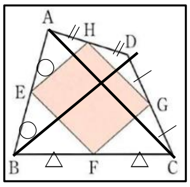
・中点連結定理を利用して、四角形の各辺の中点を結んでできる四角形が平行四辺形や長方形になることを説明することができる。（思考・判断・表現）

本時の展開

<table>
<tr><th>教師の働きかけ（■）・生徒の学習活動（〇）</th><th>留意点（◆）・評価（※）</th></tr>
<tr><td>
１．問題提示
問題　　四角形 EFGH はどんな四角形になるだろうか？
❶平行四辺形になる　❷長方形になる　❸ひし形になる　など
自分の図は平行四辺形になりそうだけど、長方形やひし形にはならなさそう。


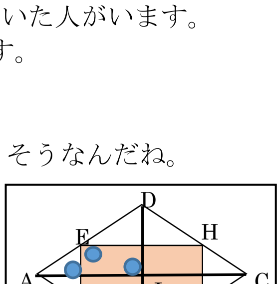
</td><td>
◆ノートに四角形を書かせる。
◆自分が書いた四角形の各辺の中点を結ぶように指示する。そのとき、等しい線分にはそれぞれ印をつけておく。結んで図形ができたところで問題を提示する。
</td></tr>
<tr><td>
２．課題把握
■初めに書いた四角形はバラバラだけど，いつでも平行四辺形になるのかな？
〇なるのではないかな？　〇見た目が平行四辺形だ　〇対辺が平行に見える
課題　四角形 EFGH がいつでも平行四辺形になることは、どのように説明すればよいだろうか？
</td><td>
◆ノートに書いてある図がバラバラということから「いつでも」平行四辺形になるのかという課題につなげる。
</td></tr>
<tr><td>
３．個人思考・集団思考


〇平行四辺形になるための条件に当てはまればいい。
■平行四辺形になるための条件にはどんなものがあったかな？
〇2 組の対辺が平行な四角形は平行四辺形だよね？その他は？

■全部で 5 つの条件があったね。振り返ってみよう。
〇（右上のように対角線を書いている生徒を取り上げ）対角線 AC をかいた。
〇中点連結定理を使うと、EF//AC　HG//AC となる
〇EF も HG も AC と平行だから EF//HG になる。


■これだけだと平行四辺形だと言い切れないよね？
〇対角線 BD をひけば、EH//FG が言える。
〇2 組の対辺がそれぞれ平行であるという条件に当てはまる。
〇BD をひかなくても中点連結定理で EF＝HG になる。
〇「1 組の対辺が平行でその長さが等しい」から四角形 EFGH は平行四辺形

■いつでも平行四辺形になると言うことを確かめることができたね。ちなみに「四角形 EFGH が長方形になりそう」と初めに予想していた人がいます。
その人が初めに書いた四角形にはある共通点があります。
〇2 本の対角線が垂直に交わっている。

■2 本の対角線が垂直に交わっているとき、長方形になりそうなんだね。
説明できるかな？
長方形は 4 つの角が等しい（直角）四角形だったよね。
〇四角形 EFGH は平行になるから EF//DB, EH//AC
〇∠DIA＝90°だから平行線の同位角、錯覚を用いたら 4 つの角が直角であることを言える。


</td><td>
◆平行四辺形になるための条件を貼り物で用意しておく。生徒から「平行四辺形になるための条件に当てはまればよい」という発言を引き出してから黒板に貼る。

◆対角線の考えが出ない場合は、教師が対角線を書いた図（AC）のみを提示する。

◆机間指導で 2 本の対角線をひいて考えている生徒のノートを写真に撮っておく。(※必ず２本の対角線が垂直に交わっているものを複数撮っておく。)

◆先ほど※撮っておいた写真を何枚かスクリーンに映す。
(生徒から※の図形が出なかったときのために、教師があらかじめいくつかの※写真を用意しておく)

◆等しい角については、マグネットを使用して表すなど視覚的な配慮を行う。

※中点連結定理を利用して、四角形の各辺の中点を結んでできる四角形が平行四辺形や長方形になることを説明することができる。
(行動観察)
</td></tr>
<tr><td>
４．振り返り
■証明を振り返ると四角形 EFGH がいつでも平行四辺形や長方形になることはどのような方法で確かめることができたかな？
〇中点連結定理を使った。
〇対角線に注目し、平行線の同位角・錯覚を使った。

■四角形 EFGH がひし形になると予想していた人がいます。最初の四角形にどんな条件が加われば四角形 EFGH はひし形になるのかな？
〇対角線が関係してそう。〇対角線の長さが等しければよいのではないかな。
</td><td>
◆対角線が関係しているというところまで確認し、残りはレポート課題とする。
</td></tr>
</table>

結果集約

指導案作成者はお伝えしていない状態で，次の質問についての回答の結果です。

質問１　どちらの案の方が「よい授業」と思いますか。

質問２　理由をお答えください。

質問１の結果

藤村先生　　Ａ・・・６人

佐々木先生　Ｂ・・・２人

桜が丘中学校　松永先生

質問１

Ａ

質問２

どちらの指導案も、生徒の予想から帰納的に考え、そして演繹的に論証する過程を大事にしている指導案で、本当に素晴らしいと思いました。また、証明し終えた後で、振り返り、条件を変え、発展的に考える場面を設けていて大変参考になりました。

発展的な場面ですから、生徒が目標達成できるように教師の指導・工夫がより必要になると考えます。

A 案は生徒の課題把握までがわかりやすく、課題を焦点化しやすい流れになっていると感じました。また、振り返場面において B 案は「長方形」を、A 案は「ひし形」をメインに取り上げています。A 案の「ひし形」であると、授業内で明らかにしたことを用いて説明がしやすいので、生徒の理解が比較的易しく、スモールステップになっている感覚がありますし、授業時間的にも無理なく適切であると考えたので、A 案を選ぶ大きな決め手にもなりました。

まだ取り上げてたい四角形については、宿題にしており、大事なことだと思いました。

B 案も大変充実した振り返りの場面で、素晴らしいと感じました。私も、このような授業ができるように力をつけたいと思った次第です。

霧多布中学校　高木先生

質問１

Ａ

質問２

いつもの自分であれば B 案の授業をしていると思います。

既習事項である平行四辺形になるための条件が忘れてしまう生徒も多くなり全員で確認する時間をとってしまっています。その時間を個人思考の時間に充てることができれようになればなと思って見させていただきました。ですが、B 案の課題の中に「いつでも」という言葉を入れているのは良いと思いました。A 案にも課題にはありませんが、キーワードとし

て使っているので、使っていいかなと思いました。
問題の図形では B 案のように図に示してあるよりも問題文から自分で図に示すほうがいいと思いました。

春採中学校　大内先生

質問１

Ａ

質問２

どちらの指導案も大変すばらしい指導案だと思います。（自分ももっと勉強しなくてはいけないと改めて感じました。）
ＡＢどちらも、四角形をかかせて、中点を取り…
課題が「いつでも平行四辺形になるにはどのように証明（説明）すればよいかな？」
という流れで　生徒の思考の流れが大変スムーズだと感じました。
質問１の判断材料として、「個人思考・集団思考の入り」でした。
生徒の思考の助けとして
・Ｂ案は平行四辺形になるための条件を全体で確認すること
・Ａ案は図を提示して、ＥＦ∥ＨＧ　ＥＦ＝１/２ＡＣとなるのが何故かを全体で共有する
私、個人としてＡ案の入りの方が好ましかったので選びました。この入りの方が、生徒の思考をグルグルさせることができると思ったためです。
質問です。
２つめの証明を　Ａ案はひし形　Ｂ案は長方形　とした理由を教えてください。

北海道教育大学釧路校大学院　亀田先生

質問 1

A

質問 2

A 案を選んだ一番の理由は、A 案が平行四辺形になることの証明が終わった後に、ひし形になるときはどんな条件が必要なのかまで扱っていたからです。
本時でポイントとなるのは、証明が終わった後の活動にあると思います。B 案のように証明が終わって、ひし形になることについてはレポートで解決させる内容だと、提案性が無いように思います。
いっそのこと平行四辺形の証明は前時に終わらせて、本時では、自分たちが予想したひし形や長方形はどんな条件が必要なのか、また、点を動かして行ってブーメラン形の四角形でも平行四辺形になりそうだがそれはなぜか、などについて考えていく時間をじっくり扱う内容の方が提案性があっていいような気がします。

浜中中学校　関川先生

質問１

Ａ

質問２

どちらの指導案も同じような流れであるように感じましたが、振り返りの部分に違いがあり、自分が授業を進めるならどちらが良いかという考えで選びました。

A の方が、振り返りの部分や発展の問題について、考えがスムーズに移行できるのかと思いました。

どちらの指導案においても、１時間の授業としては記述する内容や確認する内容が多く感じたので、しっかりと精査し、それぞれの部分について、すべて板書するのか、図で確認するのかなどの、どのように扱うのかということをしっかりと踏まえておくことが大切であると思いました。B の指導案には、張り物の用意や写真やマグネットの活用方法についても記載されていたので、とても参考になりました。

計根別学園　根本先生

質問１

Ｂ

質問２

実際に自分で四角形を書いて、周りの人の図と自分の図が違うので、課題設定で「いつでも」という所がいいと思いました。

個人思考の中で仮に対角線の考えが出なかった場合は教師の方で提示すると書いていたのですが、以下の２点が気になりました。

１　個人思考はどのぐらい時間を確保するのか

２　対角線の考えはどのように提示するのか（何と生徒に話して提示するのか）

どちらの指導案も長方形やひし形など他の図形での条件を考えさせたりして、深く学習できるように繋げているので、定着に結びつきやすいと思いました。

Ｂ案の目標が「～説明することができる。」なので、どのタイミングで説明する機会を設けるのか気になりました。（上の２つを合わせたら全部で３点でした・・・）

Ａ案の振り返りが下位の子にとってみればもう１度最初から確認できるので、丁寧でいいと思います。

白糠中学校　細川先生

質問１

Ａ

質問２

A 案の方が問い返し発問が多く見られたからです。（完全に今回は好みで選びました。申し

訳ありません…。)
ただし，記載上，誘導的な発問に見える部分があるので日常から「問題解決の授業」を実践していない先生が見たときには不要なやりとりに見えるかもしれません。(実際の授業では，そうはならないと思うので余計なお世話かもしれませんが…笑)
ところで，お二方は「～を説明することができる」と「～を証明することができる」と目標設定なさっています。私は，このような目標設定をするときにすごく注意します。説明することや証明することは方法論に過ぎないからです。また，いまの目標設定の文言だと，評価するにあたり，全員が説明・証明している姿をみとらなければならないことです。
批判ではなく，全道研では突っ込まれるのではないかと思い書かせていただきました。せっかくの良い授業が粗探しの突っ込みで濃厚な議論ができなくなるのはもう勘弁ですから(笑)
お二方がご存知だとはわかっているつもりですが，この授業で生徒に見出してほしい「価値」とは，「①新たな図形の性質を発見させ②定義や定理を用いて証明することを通して，☆論理的に考察し表現する能力を高めること」だと確認しておきます。①と②は方法論で評価規準にもなり，☆は本質的に身につけてほしい能力です。両方の要素が伝わるような文言だとより良くなるのではと思います。
話がそれて大変申し訳ございませんが，全道研指導案づくりの一助となれば幸いだと思い記載させていただきました。

附属釧路中学校　赤本

質問１
Ｂ
質問２
Ａについて
・「まとめて何と言えるかな」で平行四辺形にいくかどうか
Ｔ　いつでも$\boxed{}$になると表すと$\boxed{}$には、どの形が入るのかな？
Ｓ　平行四辺形
Ｔ　どうして？
Ｓ　正方形、長方形、ひし形は平行四辺形の特別な場合だったから
などという文脈はどうかと考えました。
・留意点１つ目「多くなりすぎないよう」とはどういうことか？
・命題は生徒とのやり取りによってつくり、命題が課題に入っている方が良いと考えるがどうか
・仮定と結論をおさえる場面があった方がいいように思うがどうか
・４振り返りは同じような証明なのですべてをやらせる必要はないのではないか
Ｂについて

・命題は生徒とのやり取りによってつくり、命題が課題に入っている方が良いと考えるがどうか。課題は説明でよいのか。証明は使ってはいけないのか。

・仮定と結論をおさえる場面があった方がいいように思うがどうか

・３の最後の働きかけ以降の活動については、ここまでやる必要があるのかどうか

特別な形になるときは、対角線に着目させて、対角線の特徴と形の関係に気付かせる程度にとどめ、つぎのような設定にしてはどうか