数学科　指導案（略　案）

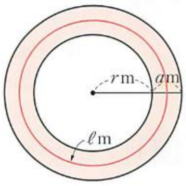
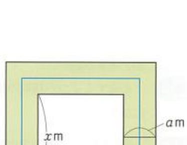
A案

学習事項：中３　１章「多項式」　式の計算の利用

・本時の目標

幅が一定である図形の面積の性質を，証明の方針をもとに式の計算を利用して証明することができる。(思考・判断・表現)

・本時の展開

教師の働きかけ（■）生徒の学習活動（○）	留意点（◆）評価（※）
1. 問題提示 **問題** 右の図のような半径 r m の円形の花壇の周りに，幅 a m の道を作る。この道の面積をS ㎡，道の真ん中を通る線の長さを ℓ m とすると，S＝$a\ell$ となる。このことを証明しよう！  ■「証明するために，何がわかればいい？」 ○「面積S と，道の真ん中を通る線の長さ ℓ がわかればいい！」	◆黒板に図を提示し，一つひとつ条件を確認していく。全体の理解が図られ次第，問題を配付する。
2. 課題把握 課題　S と ℓ は，どのように表されるかな？ ■生徒と一緒に証明の方針を立てる。 【証明の方針】 (1) S を求める。(2) ℓ を求める。(3) ℓ に a を掛ける。	◆証明していく中で，何を示せば良いのか明確にしたうえで課題につなげる。 ◆【証明の方針】は板書し，ノートにも残しておく。
3. 個人思考・集団思考 (1) S を求める。 ■「どうやって道の面積を求めればいい？」 ○「大きい円から，小さい円を引けばいい！」 ○ $S=(r+a)^2\times\pi-r^2\times\pi$ ■「どうして面積はこの式で表されるの？$r+a$ って何？」 ○ペア・グループで話し合う。「大きい円の半径だ！」 $S=2\pi ar+\pi a^2$ —① (2) ℓ を求める。 ■「そもそも ℓ って何？」 ○「円の円周」「でも，半径がわからない...」 ○個人思考とペア・グループワークで導く。$r+\dfrac{a}{2}$ ⇒ $\ell=2\times\left(r+\dfrac{a}{2}\right)\times\pi$ ■「どうして円周はこの式で表されるの？2× の理由は？」 ○「円周は(直径)×π で求められる！」 $\ell=2\pi r+\pi a$ —② (3) ℓ (②)に a を掛ける。 $a\ell=a(2\pi r+\pi a)$ $=2\pi ar+\pi a^2$—③ ①，③より，S＝$a\ell$	◆大きい円の半径と小さい円の半径を，図をもとに説明できるよう，集団で練り合う。 ◆S に関する式がすぐに出なければ，大きい円の式から確認していく。 ◆中くらいの円の円周だということを強調したい。また，「道の真ん中を通るから，半径は $r+\dfrac{a}{2}$」という説明を引き出したい。 ※幅が一定である図形の面積の性質を，式の計算を利用して証明している。 (ノート・発言)
4. 練習問題 右の図のように，1 辺の長さが x m の正方形の花壇の周りに，幅 a m の道がある。この道の面積をS ㎡，道の真ん中を通る線の長さを ℓ m とすると，S, a, ℓ にはどのような関係があるだろうか？  ○予想する。「S＝$a\ell$ ？？」 ■「S＝$a\ell$ を証明しよう！」 （証明） 外側の正方形の 1 辺の長さは $(x+2a)$ m $S=(x+2a)^2-x^2=(x+2a+x)(x+2a-x)=4ax+4a^2$ —① 道の真ん中を通る線がつくる正方形の 1 辺の長さは $(x+a)$ m $\ell=4\times(x+a)=4x+4a$　$a\ell=4ax+4a^2$ —② ①，②より，S＝$a\ell$ ■「本時の問題と練習問題で，共通して言えることは？」 ○「(道の面積)＝(道幅)×(真ん中を通る線の長さ)」 ■ p.35【幅が一定の道の面積】で振り返る。	◆練習問題についても配布する。 ◆本時の問題との関連を図り，同じような結果になりそうなことを予想させたい。 ◆停滞する生徒に対しては【証明の方針】を確認させ，辺の長さについては全体で練り合うことも想定する。 ◆証明を振り返り，因数分解公式 $\boxed{4}$ が使えることも確認したい。 ※幅が一定である図形の面積の性質を，証明の方針をもとに式の計算を利用して証明している。(ノート・発言)

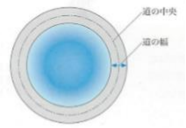
数学科　指導案（略　案）

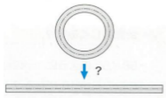
B案

本時の目標

・文字を用いた式を使って、「道の面積と道幅、道の中央を通る線の関係 S=hl が成り立つこと」について説明することができる。（思考・判断・表現）

本時の展開

<table>
<tr><th>教師の働きかけ（■）生徒の学習活動（○）</th><th>留意点（◆）評価（※）</th></tr>
<tr><td>
1．問題提示
問題
円形の池の周囲に、幅が一定の道がある。この道の面積を求めるのに、Jくんは、道の中央を通る円の周の長さと道の幅の積で求めればよいと予想した。正しいだろうか？
■予想しよう。
○正しい　→　切ったら長方形になりそうだから…。　○正しくない
■正しいかどうか判断するためにはどうすればよいだろうか？
○計算してみればいいと思う。
○道の面積が道の中央を通る円の周の長さと道の幅の積と同じになっていればよい。
○計算するために、長さが知りたいな。
■Jくんの予想を式で表すとどうなりますか？
○S=hl　になります。
2．課題把握
課題　本当に S=hl になるのかな。証明してみよう。
3．個人思考・集団思考
$S=\pi(r+h)^2-\pi r^2$
■この式を書いている生徒は、どのように考えているのかな？
○大きい円から小さい円を引いた。
○$\pi(r+h)^2$が大きい円の面積を表していて、πr^2が小さい円の面積を表している。
○$\pi(r+h)^2-\pi r^2$で道の面積を表している。
○$\pi(r+h)^2-\pi r^2$を計算すると$2\pi rh+\pi h^2$となる。
■この式の他に $hl=h\times2\pi(r+\frac{h}{2})$ と書いている人もいたよ。どのように考えているのかな？
○道の幅と道の真ん中の線の長さをかけている。
○h は道の幅で、$2\pi(r+\frac{h}{2})$は l のこと（道の真ん中を通る線の長さ）を表している。
○l は円周だから、直径×π で求められるよ。
○$h\times2\pi(r+\frac{h}{2})=2\pi rh+\pi h^2$になる。
4．振り返り
■これでJくんの予想が正しいといえるかな。
○左辺と右辺が同じになったので等しいといえる。
■円形の池の周囲にある、幅が一定の道というじょうけんであれば、いつでも「S=hl」といえますか。
○文字を使って証明できたのでいつでもいえる。
■「問題」の「円」を「正方形」に変えても「道の面積と道幅、道の中央を通る線の関係 S=hl」が成り立つといえるかな？
</td><td>
◆切れている状態の円（長方形に近い形）を見せながら、問題を提示する。




◆知りたい長さがどこなのかを具体的に生徒に問う。
◆具体的な数だと「そのとき限定」になってしまうことから、文字の必要性を必ずおさえる。
◆文字の必要性をおさえた上で、道の面積をS㎡、池の半径をrm、道の中央を通る円の周の長さをlm、道の幅をhmとする。
◆左辺と右辺が等しいことを示せば証明ができそうだとの見通しをもたせる。
◆式を取り上げることで、「続きはどうなるのだろうか」について考えるように仕向ける。
◆r+hが何を指しているのか問い返し、図のどの部分になるのか示させる。
◆式を取り上げることで、「続きはどうなるのだろうか」について考えるように仕向ける。
◆$(r+\frac{h}{2})$が何を指しているのか問い返し、図のどの部分になるのか示させる。
※文字を用いた式を使って、「道の面積と道幅、道の中央を通る線の関係S=al」について説明している。（行動観察）
◆「円」が「正方形」に変わった図を全体で確認し、証明を宿題とする。
</td></tr>
</table>

結果集約

指導案作成者はお伝えしていない状態で，次の質問についての回答の結果です。

質問１　どちらの案の方が「よい授業」と思いますか。

質問２　理由をお答えください。

質問１の結果　中間意見・・・４人

Ａ・・・５人

Ｂ・・・１０人

Ａ作成者：藤村先生（大楽毛中）　Ｂ作成者：大内先生（春採中）

北海道教育大学大学院　亀田さん

質問１

Ｂ

質問２

・〈目標について〉

A 案は「証明することができる」B 案は「説明することができる」となっているが、字面だけをみると「証明することができる」ではノートに完璧な証明が書かれていないと目標が達成されないというニュアンスを感じてしまう。B 案では自分なりの言葉で正しいことを説明できていれば目標達成と解釈できるため、B 規準にも沿っており、適切な目標なのではないかと考えた。利用の場面であるため証明できることにどれぐらい重点を置くべきなのかどうか疑問に思ったので他の先生方の意見をお聞きしたい。

・〈問題について〉

A 案の「証明しよう」という問題は、証明という言葉が来ると、一歩引いてしまう生徒がいるのではないかと思った。B 案では正しいか正しくないかの意思決定が行われた後に「どうやって正しいか確かめる？」「証明すれば。。」という流れが自然だなと感じた。

・〈発問について〉

A 案の「証明するために何がわかればいい？」という発問は空中戦になりやすく、欲しい答えが出てこなかった場合にどういった手立てを講じるのか疑問に感じた。

・〈課題後の流れについて〉

A 案は証明するために何に取り組むかをあらかじめ確認してから進んでいく流れで、B 案はまず生徒にやらせていく中で欲しい答えを取り上げていく流れのように感じた。好みの問題ではあるが、B 案のようにまずは生徒に委ねて、かたまっている生徒がいたら「どこが苦しい？困ってる？」と聞いて、できている生徒にヒント（面積は大きい方から小さい方を引けばいい、とか）を出させながら進んでいく流れが個人的にいいと感じた。これは生徒の実

態にもよると思うので状況によっては最初に揃えたほうがいい場合もあるかもしれないので難しいところだなと感じた。

北海道教育大学　稲葉泰愛先生

質問１
総合的にはA

質問２
１　問題と問題提示（A＞B）
A案は，ダイレクトに式が正しいかを述べているのですっと入っていける。
B案は，「正誤」にして興味を持たせようとする意図は伝わってくる。だが，問題提示に工夫はあるにしても予想を式化するまでが重くなるように思う。問題の言葉もわかりにくい。

２　課題（A＝B）
A案，B案，それぞれの流れでいくとこうなる

３　個人思考，集団思考
（１）「左辺等辺が等しいことを示せば証明ができそうだとの見通しを持たせる」こと（A＜B）
A案は，このことがないため，「Sや１の値を求めてどうするの？」というのが解決の最後にならないとわからない。あえてそうしたという意図も感じられるが，生徒の側からみると，とりあえず求めてみてから考えるかという感じで解決を続けることになる。
B案は，このことを扱うとの記載がある。自分もこのようにすると思う。
両論あると思うが，B案の方が解決の必要感をもって進めるのでここはB案を支持します。
（２）Sの値を求める場面（A＞B）
A案は，「どうやって道の面積を求めればいい？」とのステップが与えられたり，大きい円の式から確認するなどの方向性が与えられたりするという点では，スムーズに思考が進むと思われる。
B案は，いきなりこの式が出てくるのは難しいと考える。最低でも，まず「Sの値を求めよう」との小課題を設定し，状況に応じて細かなヒントやステップを出すことを想定しておくとよいと思う。
（３）そのあとの流れ（A＞B）
A案は細やかに，ステップが設けられているので，生徒が考え続けられるように思う。
B案は，一部のできた生徒を軸にして進む展開になっているが，考えが広がるには結構な問い返しが必要になり，若干重くなることが想定される。

３　振り返り，練習問題（Ａ＝Ｂ）
指導案上の記載はＡ案の方が詳しいが，基本的な展開はあまり変わらない。

阿寒湖中学校　丸井先生

質問 1
Ｂ

質問 2
どちらともあまり差があるようには感じませんでしたが、授業の進み方で A 案の方は（作成者の授業イメージと異なるかもしれませんが）一問一答のようになりそうかなと感じ、B 案の方が子どもの説明で授業が進んでいくのではないかと考えたので B を選択しました。

楠隼弥先生

質問 1
Ｂ

質問 2
A 案は、扱う問題が多いと思いました。長方形を作らせて面積の式を求める活動が、式の展開の活動になってるのではないかと思いました。因数分解ができるのか判断することは、導入の段階ではやいと思いました。
B 案は、問題がシンプルでいいと思いました。因数分解が展開の逆思考であることに触れることで、今後につながると思いました。
今回選ぶ基準は、自分がやるならどっちの指導案でやるかで決めました。

鳥取西中学校　柴田先生・田村先生・五十嵐先生・佐藤先生

意見を出す側も名前を出さない方が意見を出しやすいのではと考えて作成しました。新しく来た新卒の先生もやる気満々で釧路算数数学教育研究会と学教研には勧誘済みです！
質問１
問題はＢでその後の流しはＡが２人（①②の先生）
Ａ　１人　Ｂ　１人

質問２
《問題Ｂでそれ以降はＡ派》

〔①の先生〕
・最終的には証明することになるんですが、問題提示の部分で証明しようとするよりは、清野予想からＳ＝ｈｌを引き出した方が必要感を持つことに繋がるかなと思いました。
・証明を苦手とする子がいると思うので、そのような生徒のことも考えると、生徒と方針をたてて、１つずつ証明に必要な事を引き出すことがよいのではなかと思い、判断しました。
〔②の先生〕
・「証明しよう」という文末の問題にたいして、生徒が証明したいと思うのは学力上位の生徒？下位の生徒達（特に証明アレルギーの生徒）にとっては拒絶されてしまいそう。
・課題の中である程度見通しを立てられるのはＡの方だと感じる。
・Ｓ＝ａ（２πｒ＋πａ）の状態まで変形した上で、「ℓ＝２πｒ＋πａ」と聞くのはダメか？
・１時間の中に定着（確認問題）はあった方が良い。
《Ｂ案？派》
〔③の先生〕
この問題はどの教科書でも扱っており、図形の性質の証明として扱っている。かつて自分も、どうして唐突に中央の道が出てきて、Ｓ＝al を証明させるのか？と疑問に思って教えていたときがありました。しかし、この教材の魅力（どの図形でも長方形に変形することができ、幅×中央の長さで求められる）を自分が理解していなかっただけであり、教師が教材を理解していないと、生徒が楽しいと思える授業づくりなんてできるわけないと思ったのを思い出します。

東書では「利用の導入で鍵型の面積⇒台形に分ける⇒長方形にして求められる」の考えを引き出して、次に正方形の問題にして「正方形の道⇒台形に区切って１つの長方形にできることを知る」そして、「練習問題で他の図形でもできる？⇒円でもできる」最後に発展的に「数学の窓」で扱っている流れだと感じます。東書はそのように扱うことで、自然な流れを作っている。そのため問題の順番として正方形から入り、それ以外の図形でも成り立つかという流れで円の問題を扱っているのでは？そして、「どの図形でも１つの長方形にすることができるのでは？」となり、より発展的な学習へと促す流れではと考えています。（レポートの課題としても可能）そこに、数学の面白さを感じさせられると思っています。

上のことを考えると唐突さが無く自然な問題なのは、Ｂ案の方かなと思います。しかし、幾つかわからない部分もあります。
①円を問題にした場合、予想の段階で「切ったら長方形になりそうだから」は出るのか？
②そして正しいか判断する方法はあるのか？
③切れないから文字で表そうという流れなのか？だとすると何の為に・・・。
④そもそも円から入る理由は？

どちらの案においてもこの教材は「あれ？何で？」とか「本当になるのかな？」など知的好奇心を揺るがす場面を意図的に用意して、主体的に考えるしかけをしていかないとお

客さんになる生徒が増えてしまいそうです。
《Ｂ案？》
〔④の先生〕
目標としてＡは～を証明することができる
　　　　　　Ｂは～を説明することができるになっているが、
証明は説明する手段なのと、解説にも「～を説明すること」となっているため、Ｂの目標の方が良いと思います。
終末で、条件を変えた場合について発問し、生徒の主体的な取り組みを促すのも良いと思います。

釧路市立桜が丘中学校　松永先生

質問１
Ｂ

質問２
①
A 案はいきなり数学の土台に乗っており、B 案より少し生徒にとっては手をつきにくい問題提示と考えましたが、『課題』➡『照明の指針』が非常に丁寧であり、生徒たちの「わかった、できた」と感じる場面を、イメージすることができました。やはり、数学的なことや指導法といろいろあると思いますが、釧路市の実態を考えたときに私は生徒の最大多数の「わかった、できた」を重要視したく思います。今回の目標が、「式の計算を利用して証明することができる」ですから、十分達成できる指導案だと思いました。
②
B 案の問題提示は日常から数学の土台にのせている気がするので、非常に自然で、生徒の考える意欲を引き出すよい問題提示と思いました。また課題提示までもスムーズで考えらた先生のお力が光る指導案と思いました。私もいつかこの指導案で実践したく思います。
ただ、課題提示から、すぐに個人思考にはいるところで、手をつけられない生徒が多くいることが予想されます。それ自体は決して悪いことではないと考えますが、今回の問題は生徒にとっていわゆる「難問」であると捉え、少しハードルを下げる取組も必要に感じます。
また B 案は式の意味をしっかり問い返し、式とその意味の結びつきを丁寧にしています。ですから形式的な式変形に留まらない良い指導と思います。
➡個人思考にはいるまでは A が好きですが、その後は B が好きです。総じて考えて、B 案とさせていただきます。

北海道白糠養護学校　加藤先生

質問１
Ｂ

質問２
（1）目標について
学習指導要領解説数学編では「文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明すること」について次のように解説されています。

乗法公式や因数分解の公式は、数や図形の性質などが成り立つことを、文字を用いた式を使って説明したり、二次方程式を解いたりする場合にしばしば活用される。‥‥文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明できるようにし、文字を用いた式を使うことのよさや必要性についての理解を一層深める。

今回の指導内容は図形の性質に関する所であり、下線部に注目すると図形の性質を文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明することができる姿を目指していると考えられます。その点で両案を比較した際、文末が「～説明することができる」としているＢ案が適切であると考えました。
また、説明する図形の性質についてＡ案は「幅が一定である図形の面積の性質～」ですがＢ案は「道の面積と道幅、道の中央を通る線の関係 $S=hl$ が成り立つこと」と記載されており、Ｂ案の方が生徒に説明させたい図形の性質がより明確に示されていると考えました。

（２）問題・課題について
　本時の目標を仮に「図形の性質を文字を用いた式で説明すること」とすると課題は「いつでもこの性質は成り立つだろうか？」または「文字を用いた式で説明しよう」というように問題をきっかけとして見いだした図形の性質がいつでも成り立つかということについて文字を用いた式で演繹的に説明することが課題として考えられます。その点でＢ案は「本当に $S=hl$ になるのかな。」となっており、見いだした性質がいつでも成り立つかどうか説明しようとする生徒の姿が想像できます。問題については提示方法として留意点に「◆切れている状態の円（長方形に近い形）を見せながら、問題を提示する。」という記載があり、$S=hl$ が直感的に予想しやすいと思いました。私には考えられなかったのでとても勉強になりました。問題文については「正しいだろうか？」と正誤問題にしていますが、私は留意点に記載されている提示方法を用いれば道の面積が道の中央を通る円の周の長さと道の幅の積で求められそうだという予想が見いだせるのではないかと考えました。
例えば

円形の池の周囲に、幅が一定の道がある。この道の面積をＳとし、道の中央を通る円の周の長さを l 、道の幅を h としたとき、どんなことがいえるだろうか？

という発見タイプにすると、「道の面積が道の中央を通る円の周の長さと道の幅の積と等しいのでは」という予想が立つので、「本当にS＝hl になるのかな。」という課題が見いだしやすいのではと考えました。

（３）個人思考・集団思考

・B 案について

$S=\pi(r+h)^2-\pi r^2$
$hl=h\times 2\pi(r+h/2)$

の２つの等式を取り上げ、右辺がもつ意味を図と関連させながら説明することを促しています。この２つの等式について図と関連させることで見方や考え方が見え、多様な表現を扱うことができると考えました。

$\pi(r+h)^2-\pi r^2=2\pi rh+\pi h^2$
$h\times 2\pi(r+h/2)=2\pi rh+\pi h^2$

については本時の問題解決で確実に取り上げたい考えですので留意点には「式を取り上げることで、『続きはどうなるのだろうか』について考えるように仕向ける。」と記載されていますが無理に促そうとせず、生徒の実態に応じて教師が式を示して「こんな式書いている人いるけど理由説明できる？」と発問すれば目標は達成できるのではと考えました。

・A案について

■「どうやって道の面積を求めればいい？」
■「そもそもｌ って何？」

この２つの主発問について生徒の発言が絞られ、一問一答になりかねないという恐れを抱きました。また実態によっては答えられないというケースも生まれるのではないかと考えました。説明を促すためにはより多様な見方や考え方、表現を用いることができるよう発問する必要があり、私は式を取り上げて理由を聞いた方が良いのではと考えるからです。

釧路市立釧路小学校　小倉先生

質問１

B

質問２

本時では，問題を解決する過程で特に次の４点について指導することが重要である。

①目的に応じて式を変形すること

②式の意味を読み取ること

③式変形の方針を明らかにして，簡潔・明瞭・的確に説明すること

④証明を読んで新たな性質を見い出すことで発展・統合的に考える力を養うこと

以下，①～④に関わる場合は網掛けにする。

１．本時の目標（Ｂの方がよいが本時の流れでは目指す姿は同じように見える。）

【Ａ案】

「証明することができる。」になっている。「道の面積は，道の真ん中を通る線の長さと道の幅の積になる。」理由を簡潔・明瞭・的確に説明できることが本時で目指す子供の姿なので，証明ができればよいわけではない。

【Ａ案作成者への質問】

本時の授業でどのような子供の姿を期待しているのか教えてください。

２．問題提示（Ｂの方がよい。）

他教科書と比較すると，問題としては円形と正方形の道の面積に分けられる。正方形の問題では，道の角に斜めに切り込みを入れて線にすると，Ｓ＝aℓ と表すことができる。これは演繹的に正しく，証明をする必要感をもつことが難しいと考えられる。一方，円形の問題では，切り込みを入れても線にしても長さがゆがむことから，Ｓ＝aℓ になりそうだがどうなろうと，子供が問いをもち証明する必要感がある。

このように円形の問題のよさを考えると，問題提示において，Ｓ＝aℓ になるのかの予想を通して立場を表明させ，理由を問うことで，Ｓ＝aℓ という式の意味を読み取ることができるとともに，子供の問いを生むことができる。

【Ａ案】

Ｓ＝aℓ の式の意味を「円形の道の面積は，道の幅の長さと道の真ん中を通る線の長さの積になる。」と捉えさせている。しかし，「道の幅の長さと道の真ん中を通る線の長さの積が長方形の面積を求める式になっている。」というＳ＝aℓ の式の意味を統合的・発展的に捉させていない。本時は，「証明を読んで新たな性質を見いだすこと」と関わる内容であり，統合的・発展的に考える力を養うことができると考える。

【Ａ案作成者への質問】

予想を取り入れる問題とそうではない問題を区別して今回は予想を入れない判断をしたのではないかと思います。予想を取り入れる場合と取り入れない場合の判断基準を教えてください。

【Ｂ案】

Ｂ案では，留意点に書かれているように，切れている状態の円を見せながら問題を提示するという，Ｓ＝aℓ になる理由に気付く手立てを準備している。非常に腹黒い。予想させる意味をしっかりと持ち，子供に問いを生ませるように仕組んでいる。また，「証明を読んで新たな性質を見いだすこと」については，本時の授業を通して，「円形の道の面積は，道の幅の長さと道の真ん中を通る線の長さの積になる。」から「道の幅の長さと道の真ん中を通る線の長さの積が長方形の面積を求める式になっている。」と式の意味を統合的・発展的に捉えることができるようになっている。

３．課題把握　４．個人思考・集団思考（Ａは証明の方針あり，Ｂは統合的・発展的に考え

る力を養うありなので，同じにします。）

【Ａ案】

証明の方針を確認する丁寧な見通しは，解決しやすくなるような配慮から，解決の糸口を示唆するような方針になっているのではないか。結果や方法の見通しは，試行錯誤や推測によって行われる暫定的なものなので，最初に全てを提示するのは，子供の考える楽しさを奪うのではないだろうか。例えば， Ｓ＝(r+a)２×π－r2×π＝2πar+πa2 の式の意味を確認した後に，続きを考えさせる場面を共有すれば，「aℓ も同じになるかな。」「aℓ も 2πar+πａ2 になるのかな。」「aℓ をａとｒで表す。」「ℓ をａとｒで表す。」と，試行錯誤（見通し）を通して，式変形の方針を明らかにするとともに目的に応じて式を変形することができる。最初に全てを見通せる子供は，学級の中の一部の子だと考えられる。学級の多くの子が試行錯誤しながら見通せるようになるのではないか。個人的には，見通しではなく，試行錯誤を使う方がしっくりくる。

学習指導要領には，方針を明らかにした上で具体的な式変形の過程を示し説明することで命題が正しいという理由が伝わりやすくなると書かれている。これは，子供が方針を示した後に考えさせるということではなく，子供が式変形の過程を説明する際には，方針を明らかにした上で説明する等，簡潔・明瞭・的確に表現して分かりやすく伝えることができるようにしようというものではないか。

【Ａ案作成者への質問】

証明の方針を最初に全て確認することのよさを教えてください。

【Ｂ案】

「円形の道の面積は，道の幅の長さと道の真ん中を通る線の長さの積になる。」から「道の幅の長さと道の真ん中を通る線の長さの積が長方形の面積を求める式になっている。」と式の意味を統合的・発展的に捉えることができるように，振り返りで発問できるとよい。

式の意味を統合的・発展的に考えた後に，図形を拡張して一般化することでさらに，式の意味を統合的・発展的に考えることになる。

また，２／３時間目，３／３時間目を通して，証明の方針の共通点を確認すれば，方法も一般化できそうな気もするが，学習指導要領にも明記されていないので扱わなくてもよいと思われる。しかし，証明の方針を説明できるように指導する必要があるので，指導案にも明記した方がよいと考えられる。

【Ｂ案作成者への質問】

授業の中で証明の方針をどのように扱いたいか教えてください。

標茶中学校　佐々木先生

質問１

Ａ

質問２
問題提示の段階でS＝al を引き出すのは至難の業です。
なのでA案のようにこちらから与える方が良いと考えます。
ただ、問題文で「証明しよう。」という文言にもどかしさを感じながら
私も同じような問題を提示していました。

B案は、Jくんの予想が生徒に伝わらない気がしています。
問題提示から課題把握までの時間の展開が難しそうに感じました。
A案を選んだ理由はこの部分にあります。

また、B案での最後の円を正方形に変えるという発展の問題は良いなと思いますが
予想の段階で円を切ったら長方形になる。という考えを扱っていると
どうせ正方形でも成り立つ…という解決の必要感が薄くなってしまいそうです。
それならば、問題提示で正方形を扱って、発展で円を扱い、切ったら長方形に…
という文脈の方がすっきりくる気がします。

中茶安別小中学校　大畠先生

質問１
Ｂ

質問２
問題提示の仕方が決め手。
「道の面積は(中央の線の長さ)×(道幅)で求められると予想した。これは正しいか？」と提示することで、予想の正誤の判定をするために、証明の必要感が生まれる。
一方、「S=al となる。これを証明しなさい。」だと、問題集やテストで出てくればそのまま証明するしかないが、授業の中でこう提示されても生徒にとっては証明の必要感が薄いように思う。

成央小学校　馬場先生

質問１
Ａ

質問２
〇目標について
A案の目標は「幅が一定である図形の面積の性質を，証明の方針をもとに式の計算を利用して証明することができる。」となっています。

B 案の目標は「「道の面積と道幅，道の中央を通る線の関係Ｓ＝ｈℓが成り立つこと」について説明することができる。」となっています。
質問ですが，「証明」と「説明」のニュアンスの違いはどうでしょうか。証明することができるだと，証明することができればよいととらえることができ，説明することができるだと，証明を通して気づいたことや考えられることを説明するといった，やや高次な目標となっているような気がしますが。
逆に，証明することができれば，説明することができているととらえるのか。
些細なところでの質問で申し訳ありませんが，どなたか説明していただけたら幸いです。
〇問題について
B 案の問題は「この道の面積を求めるのに」という文脈があります。この道の面積の求め方については，円全体の面積から真ん中でくりぬける円の面積を引いたらよいということを小学校で学習しているので，Ｊくんの考え方は突拍子もない感じがしました。（この問題で提示されるｒとａの長ささえあれば，Ｓは解けてしまうので。）
ですので，今回は A 案のように，結論を先に提示し，どのようにしてその結論が導き出されたのかという「問い」を生めるような問題のほうが個人的にはよい気がしました。
しかし，A 案のような「～しましょう」という文末になると，課題と問題の区別がつかないと思われる方も多いかと思いますが，問題の特徴によっては，このような表現でもよいのかなと思います…。(練習問題のように，Ｓ，ａ，ℓにはどのような関係があるだろうか？と最初から聞ければよいのですが，その予想を立てられる土台がないので)
もし問題と課題の区別をつける，かつ，予想を生み出すとすればどんな問題が出せるのか。中学校の先生全体に知恵をいただきたいです。
〇課題について
課題は問題を受けて出てくるものであることと，本時の目標の達成に迫るものととらえると，A 案の課題では，S とℓが何を示すのかがわかっても，直接本時のまとめの部分にとるわけではないので，B 案のような形をやや変形させて，「S=aℓを示すには，どのように証明すればいいかな？」とするのはどうでしょう。
問題提示後にちょっとした方針をペアトークさせる中で，「Ｓを文字式で表すの？」みたいなつぶやきをいれながら，では，という形で課題を共有。その後，証明の方針を全体で練り上げながら，まとめとして「すでにある文字を文字式に置き換えて証明すればよいね」としてみてはどうでしょう。生徒が一番この問題につまずくであろう，「すでにある文字を別の文字で（文字式で）置き換える」という部分が確認できるのではないかと思いますが，どうでしょうか。
お二人の先生方。お忙しい中，指導案作成ありがとうございました。大変勉強になりました。指導案を拝見させていただくことを通して，改めて指導案を明確なものにするという私の課題が浮き彫りになりました。

白糠中学校　細川先生

質問１

Ｂ

質問２

授業を展開するのがとても難しい内容だと思います。2 つの指導案を拝見し，私も多くを考えさせられたとともに，大変勉強になりました。お二人とも，学びの機会をいただきありがとうございます。

B の問題は一応決定問題の形にしているからこちらを選びました。

しかし，こちらの方から答えを出している形の正誤型ですから，作成者もあまり満足していないのではないでしょうか(笑)（日常的な授業としては，問題なく展開できる良い授業だと私は思っています。）とはいえ，日常の多忙の中ですから苦肉の策で私もやってしまいますよ…。学力低位の生徒にはとてもわかりやすいですし。

本時のポイントは私は問題にあると考えています。

いかに生徒に「 ℓを証明したい」と必要感を持たせるか。生徒の主体性を持続させながら証明を考えさせることが重要です。A の指導案は，指導案の書き方からか一問一答の誘導型に見えてしまいます。おそらく，そんなつもりはないと思うのですが，私の理解力不足かもしれません。ただ，この通りに展開すると，学力が低い生徒にとっても同じように感じる可能性があると思います。

B の指導案は必要感が意識されています。

ところで， ℓの証明の必要感を持たせるためには，生徒に発見させることが重要だと考えます。B の指導案はそれが無理やりに感じてしまうのです。留意点に書かれている「切れている状態の円を見せる」とは，円を切って横に伸ばすという意味でしょうか？それはもうℓ だと宣言しているようにしか感じなく，特に学力が低い生徒にとっては視覚的に判断できているので，「何でわざわざそんな難しい計算をして証明する必要があるの？」と思われてしまいます。あくまでも， ℓまでの考え(切ったり伸ばしたり)は生徒に持たせるべきだと私は思っています。

本題材のもととなっているのは，おそらくカヴァリエリの原理の面積バージョンといったところでしょうか。この原理は，図形を「切った」ときの切り口の面積を比べるものだと思いますが，リーマンやルベーグの積分よりも前に考えられたものなので視覚的に発見されたものなんでしょう。

カヴァリエリの気持ちになっても，生徒の気持ちになっても，やはり切りたくなるもので

すね(笑)
私なら，①東京書籍の P35 にあるような図形をいくつか準備して，②選択型で面積を比べさせ，③道の面積が道幅と真ん中を通る線の長さになることを発見させ，④「他の形でもいえるだろうか？」と正方形や円形の図形を提示させて必要感を十分持たせた上で証明させたいです。昨年度，実際にやってみましたが，個人的にはおもしろかったですよ！

森先生

質問１
Ｂ

質問２
A 案について
・S＝aℓになる。証明してみよう！という問題では、S＝aℓを証明する必要感があまりないのではないかと感じました。
・問題提示後の「証明するために何がわかればいい？」という発問で、何もでなかった時がこわいですね…。
・生徒と一緒に方針をどのように立てるのか気になりました。
・練習問題を解き終えたあと、「共通して言えることは？」と問い、「円→S＝aℓ」「正方形→S＝aℓ」から「道の面積＝道幅×真ん中を通る線の長さ」を引き出す流れであれば、さらに、「なぜ道の面積が道幅×真ん中を通る線の長さで求められるのかな？」「幅一定の道を長方形と考えれば…」というところまでやりとりして、p35 につなげてもよいのかなと思ったのですがどうでしょうか？（時間や長方形になりそうを引き出すタイミングはさておき）

B 案について
・ｈや ℓ といった文字の入っていない図から提示することで、問題を把握しやすいと感じました。また、文字を用いる必要感につながると思いました。
・本当にS＝ｈℓになるのかな？という課題がよいと思いました。
・留意点にある、左辺と右辺が等しいことを示せば証明ができそうだという見通しを、どのようにもたせるのか気になりました。例えば、「なにをすればいいのか困ってます」という生徒の発言を引き出してから、ヒントを引き出したりなどですかね？
・「円形の池の周囲にある、幅が一定の道という条件であれば、いつでも「S＝ｈℓ」といえますか」という発問は必要でしょうか。「円形の池の周囲にある、幅が一定の道という条件であれば、いつでも「S＝ｈℓ」といえるのですね、では正方形では…」という流れでもよいのかなと思ったのですがどうでしょうか？
A・B 案ともに、「幅が一定の道の面積＝道幅×真ん中を通る線の長さ」という関係が，円だ

けでなく，正方形でも成り立つかどうかについて考える場面が設定されていたり、文字式を提示して、文字式の意味を読み取る活動が位置づけられていて素敵だなと思いました。今回は、「道の面積（幅が一定）＝道幅×真ん中を通る線の長さ」が成り立つかどうかを説明する場面において、文字式で表現したり、計算したり、文字式の意味を読み取ったりという流れがわかりやすいＢ案を選択させていただきました。

匿名希望

質問１

Ａ

質問２

両者似ているため判断に迷いました。

Ａの良い点

・証明しようを問題の中に取り入れ、課題を面積と道の長さの表し方に絞ったところ

・一時間内で別な形について扱いきる計画であること

・わからないところを明確にし集団で解決しようとしているところ

Ｂの良い点

・問題に魅力があるところ

・切って直線にするという発想を取り上げているところ

この時間は単元の最後の方に位置付けられ、知識を利用、活用する時間です。だとすれば、一つの図形だけでなくどんな形でも成り立つのかという生徒の深い学びを引き出したいです。そのためには、Ａの指導案の方がいいと感じました。

考察と代案

今回、両者とも円から入っていますが、四角形から入るのもいいかと思います。

四角形から入るメリット

・分割して、幅×道の長さ＝面積を捉えやすい

デメリット

・図形の操作で証明できてしまうため、文字による証明の必要性を感じづらい

デメリットを考えたとしてもメリットの方が大きいと感じます。

さらにいうと、四角形よりも折れた直線から入る方がもっと入りやすく、どんな道でもという発想に至るのではないかと考えます。そこで、自分ならば折れた直線→四角形→円→個人追究という流れにしたいです。ただ、時間的制約があるので折れた直線と四角形は具体数と操作による証明に抑え、円から文字を使った証明に入りたいと思います。

庶路学園　後藤先生

次頁以降に掲載

算数・数学科　指導案（略　案）

B,A からの G 案

学習事項：中３１章「多項式」式の計算の利用

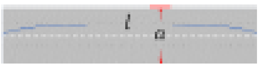
・本時の目標

幅が一定である図形の面積の性質を，証明の方針をもとに式の計算を利用して証明することができる。(思考・判断・表現)

・本時の展開

教師の働きかけ（■）生徒の学習活動（○）

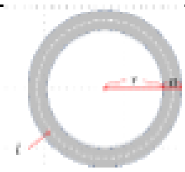
1．問題提示

> **問題①** 次の図で道の面積をS,中央線の長さをl,道幅をaとする。面積Sを表す式は？
>
> 

○「これは、長方形だから$S = al$です。」

> **問題②** 次の図で道の面積をS,中央線の長さをl,道幅をaとする。面積Sを表す式は？
>
> 

○「台形ですが、変形すると①と合同な長方形になるので、$S = al$です。」

> **問題③** 次の図で道の面積をS,中央線の長さをl,道幅をaとする。これも$S = al$になる？
>
> ■予想してみよう。
>
> 

○「道を切って、広げたら長方形になりそうだから$S = al$になる。」
○「長方形かな？台形みたいになるかも？」
■「$S = al$になるかどうかを確認するにはどうすればいい？」　○「証明！」
■「どうやって証明する？」　○「大きい円から小さい円を引く！」 方針(1)

2．課題把握

> 課題　大きい円から小さい円を引いて、$S = al$が証明できるかな？

3．個人思考・集団思考

(1)　$S=(r+a)^2\times\pi-r^2\times\pi$
■「どうして面積はこの式で表されるの？$r+a$ って何？」○「大きい円の半径」
$S=2\pi ar+\pi a^2$ —①
■「①の式は見ての通り、$S = al$になってないけど‥。」
○「そもそも、①の式にはlがないです。」
○「とりあえずlを求めれば？」 方針(2)
■「そもそもってl何？」○「円の円周」　○「円周は直径×円周率か」
(2) lを求める。
○「でも，半径がわからない…」
○個人思考とペア・グループワークで導く。$r+\dfrac{a}{2}$

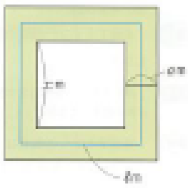
$l = 2\pi \times \left(r + \frac{a}{2}\right)$ ⇒ $l = 2\pi r + \pi a$—②

■「①、②を見比べて、気が付くことを話し合ってみよう」
○「右辺の形が似ている」　○「②の右辺にaをかければ‥」
○「②の両辺をa倍してみよう！」 方針(3)

(3) $al = a(2\pi r + \pi a)$ ⇒ $al = 2\pi ar + \pi a^2$ —③　　①、③より、$S = al$

4．練習問題

右の図でも$S = al$を同様に証明できるかな？



(証明)
外側の正方形の１辺の長さは$(x+2a)$ m
$S=(x+2a)^2-x^2=(x+2a+x)(x+2a-x)=4ax+4a^2$ —①
道の真ん中を通る線がつくる正方形の１辺の長さは$(x+a)$ m
$\ell=4\times(x+a)=4x+4a$　$a\ell=4ax+4a^2$ —②
①，②より，$S=a\ell$

留意点（◆）評価（※）

◆①、②は(面積)＝(道幅)×(中央線)で求められることを意識させる。５分以内
◆必要があれば平行四辺形を提示してもよい。
◆②の変形は、三角形の合同を利用することに触れる。
◆「切って、広げてみたらどんな図形になりそう？」というイメージが共有されるようにする。
◆【証明の方針】は都度板書し，ノートにも残しておく。
◆この時点で無理に方針(2)、(3)を引き出さなくてよい。
◆「道の真ん中を通るから，半径は$r+\dfrac{a}{2}$」という説明を引き出したい。
※幅が一定である図形の面積の性質を，式の計算を利用して証明している。
(ノート・発言)
◆停滞する生徒に対しては【証明の方針】を確認させ，辺の長さについては全体で練り合うことも想定する。
◆問題①、②を活用する生徒がいたら、証明と同様の結果が得られることを共有する。

G 案を作ってみて‥

最初に$S = al$を証明する必要感を持たせなければならない。
そのために、長方形と台形で$S = al$が正しいことを価値づけして、円にも同様の性質があるだろうか？と思考させる。

証明の方針(1)～（3）は、最初にそろっていた方がいいに決まっているが、現実的には厳しい。
それを無理に引き出そうとすると、その時点では生徒たちは 3 つの方針の必要感が全くないわけだから、教師が引っ張る展開になってしまう。
なので、「大きい円から小さい円を引く」という方針が生徒から出た時点で個人思考を始めてしまった方が自然だろう。
$S = 2\pi ar + \pi a^2$がでたところから、どうやって$S = al$に近づけるかを集団思考していくようにしてみた。
このようにできるのは、問題提示で長方形と台形で$S = al$が正しいことを価値づけしているからと考えている。

個人思考・集団思考では、式変形の技能的な説明に陥らないように注意しなければならない。計算自体がかなり労力を要するので、教師も生徒もそちらに流されがち。大切なのは、ゴールに向かって、２度、3 度と方針を立て続けさせるところが、本時のねらいと考えている。
そういう意味で、A 案は明確に 3 つの方針を位置付けようとしているので、非常に優れた案であると感銘を受けている。シモの指導を受けている教師は凄い。

練習問題は、自分としては、なくてもいいかなあと思ったが、事務局長から除名されるのが怖くて残すことに。
自分が思うベストな練習問題は、本時同様に複数の方針が必要となるような証明問題である。残念ながら、まったく思いつかずにそのままにした。まあ、どっちみちそんな問題入れたら、とてもじゃないけど、１時間ではたりないので次時ということになりますが。

以上、私の案でございます。釧数教の中心校である大楽毛中学校の先生方、ご指導ご鞭撻のほど、宜しくお願い致します。

改善案及び質問への回答を、大内先生改善案、藤村先生改善案の順に載せます。

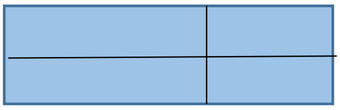
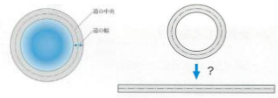
数学科　指導案（略　案）

本時の目標

・文字を用いた式を使って、「道の面積と道幅、道の中央を通る線の関係 S=hl が成り立つこと」について説明することができる。

（思考・判断・表現）

本時の展開

<table>
<tr><th>教師の働きかけ（■）生徒の学習活動（〇）</th><th>留意点（◆）評価（※）</th></tr>
<tr><td>
１問題提示
問題１　次の図で道の面積をＳ、中央線の長さを１２、道幅５とする。面積Ｓいくつになるかな？

〇「長方形なので、S＝１２×５＝６０になるよ。」
〇「平行四辺形にしても同じことが言えるよ。」
</td><td>
◆初めに長方形で提示し、図を変形させ、２つ目に平行四辺形を提示する。
◆面積＝道幅×中央線の長さで求められることを全体で手短に確認する。
</td></tr>
<tr><td>
問題Ⅱ
円形の池の周囲に、幅が一定の道がある。この道の面積を求めるのに、先ほどの図形と同じように道の中央を通る円の周の長さと道の幅の積で求められるだろうか？
■予想しよう。
〇「求められそう！切ったら長方形（台形）になりそうだから…。」
■正しいかどうか判断するためにはどうすればよいだろうか？
〇道の面積が道の中央を通る円の周の長さと道の幅の積と同じになっていればよい。
〇計算してみればいいと思う。
〇計算するために、長さが知りたいな。
■予想を式で表すとどうなりますか？
〇S=hl　になります。
</td><td>
◆切れている状態の円（長方形に近い形）を見せながら、問題を提示し、切って広げるイメージを持たせる。

◆知りたい長さがどこなのかを具体的に生徒に問う。
◆具体的な数だと「そのとき限定」になってしまうことから、文字の必要性を必ずおさえる。
◆文字の必要性をおさえた上で、道の面積をＳ㎡、池の半径をｒm、道の中央を通る円の周の長さをlm、道の幅をｈｍとする。
◆証明の大まかな方針を全体で共有する。
</td></tr>
<tr><td>
２課題把握
課題　本当に S=hl になるのかな。証明してみよう。
■どのように考えていけばよさそうかな？
〇「大きい円から，小さい円を引けばいい！」
</td><td></td></tr>
<tr><td>
３個人思考・集団思考
$S=\pi(r+h)^2-\pi r^2$
■この式を書いている生徒は、どのように考えているのかな？
〇$\pi(r+h)^2$が大きい円の面積を表していて、πr^2が小さい円の面積を表している。
〇$\pi(r+h)^2-\pi r^2$で道の面積を表している。
〇$\pi(r+h)^2-\pi r^2$を計算すると$2\pi rh+\pi h^2$となる。―①
■これで S=hl を示すことができたね！
〇いやいや、①にlがないし…　〇 lを求めればよいと思う
〇 lを求めたいけど半径が分からない…
〇 $l=2\pi(r+\frac{h}{2})=2\pi r+\pi h$　―②
■よし！今度こそ S=hl を示すことができたね！
〇「①と②が同じになってないからダメです。」〇「②にｈをかければ…」
〇$h\times 2\pi(r+\frac{h}{2})=2\pi rh+\pi h^2$―③　　<u>①と③より　S=hl</u>
</td><td>
◆式を取り上げることで、「続きはどうなるのだろうか」について考えるように仕向ける。
◆r＋hが何を指しているのか問い返し、図のどの部分になるのか示させる。
◆停滞している生徒には l が何を示しているのかを確認する。
◆$(r+\frac{h}{2})$と示している生徒に板書させ、何を指しているのか問い返し、図のどの部分になるのか、全体で共有する。
※文字を用いた式を使って、「道の面積と道幅、道の中央を通る線の関係S=al」について説明している。（行動観察）
</td></tr>
<tr><td>
４振り返り
■円形の池の周囲にある、幅が一定の道という条件であれば、いつでも「S=hl」といえますか。
〇文字を使って証明できたのでいつでもいえる。
■「問題」の「円」を「正方形」に変えても「道の面積と道幅、道の中央を通る線の関係Ｓ＝hl」が成り立つといえるかな？
</td><td>
◆「円」が「正方形」に変わった図を全体で確認し、証明を宿題とする。
</td></tr>
</table>

指導案比較検討（A 案：藤村）

中３　１章多項式「道の面積」

～質問への回答～

【釧路小学校　小倉先生】

Q.本時の授業でどのような子供の姿を期待しているのか？

A.最終的には証明の方針を自分で立てたうえで，一つひとつの計算の処理ができるような姿を期待しています。そこで，本時の問題で証明を丁寧に扱い，練習問題では自分の力で解き進められるようにしました。しかし，「S=al」という式の意味や面白さを実感する姿は，この指導案ではあまり期待できないなーと思いました。

Q.予想を取り入れる場合と取り入れない場合の判断基準は？

A.正直なところを言うと，今回の問題でも予想を取り入れたいという想いはありました。ただ，問題文を「…S=al になるだろうか？」という文末にしたとしても，生徒の意欲を大きく引き出すことは難しいと思い，今回は予想を取り入れない形にしました。

本時の問題“円”では成り立つが，練習問題“正方形”ではどうだろうか？という部分で，「S=al になりそうだ！」という予想のもと，証明を進めていく姿を想定していました。

Q.証明の方針を最初に全て確認することのよさは？

A.見通しを持ったうえで，一つひとつの計算の処理ができるのかなーと思います。一方的に問題を振ったとしても，この証明問題ではほとんどの生徒が停滞することが予想されます。だからといって方針も立てずに式だけを取り上げて，逆思考的に式の意味を考えさせても，目の前にある式の計算を読み取る作業にとどまってしまうのではないかと考えます。あくまでも証明問題は，処理すべきことを明確にした上で解き進めていくことが大切だと考えていたので，【証明の方針】を先に確認する流れにしました。

貴重なご意見・ご質問ありがとうございました。B 案の大内先生，G 案の後藤先生の指導案との比較・検討を通し，大変勉強になりました。今回作成した改善指導案をもとに，授業を行ってみたいと思います。本当にありがとうございました。

算数・数学科　指導案（略　案）

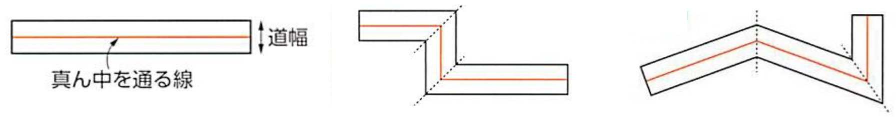
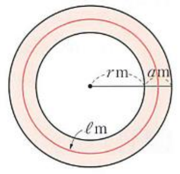
A（改善案）

学習事項：中３１章「多項式」式の計算の利用

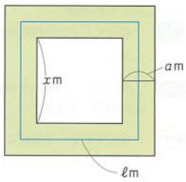
・本時の目標

幅が一定である図形の面積の性質を，証明の方針をもとに式の計算を利用して証明することができる。（思考・判断・表現）

・本時の展開

教師の働きかけ（■）生徒の学習活動（〇）	留意点（◆）評価（※）
0．準備 問　黒板の図で，道の面積をS m²，道幅がa m，道の真ん中を通る線の長さをℓ mとする。面積S を表す式はどうなる？（3 つの図を順番に提示していく）  	◆**時間短縮のため，3 つの図をマグネットで黒板に貼る。真ん中と右端の図については，点線部分で切り取れるようにしておく。**
〇「長方形だから，$S=a\ell$ になる！」 ■『（道の面積）＝（道幅【縦】）×（真ん中を通る線の長さ【横】）』を全体で確認し，板書としても残しておく。 ■「じゃあこの図（真ん中）だったら式はどうなる？」 〇「斜めに切って向きを変えて貼れば長方形になるから，これも$S=a\ell$ になる！」 ■「したら，この図（右端）でもなる？」 〇「同じように考えたら長方形になるからなるよ！」 ■「そっかー。次はこの図なんだけど…」	◆実際に生徒に操作させて，長方形になることを確認する。 ◆$S=a\ell$ という関係は，その都度確認していく。
1．問題提示 **問題** 右の図のような半径r mの円形の花壇の周りに，幅a mの道を作る。この道の面積をS m²，道の真ん中を通る線の長さをℓ mとすると，$S=a\ell$ となるだろうか？理由も書こう！  	◆黒板に図を提示し，一つひとつ条件を確認していく。全体の理解が図られ次第，問題を配付する。
〇予想する。 (な　る　派)「切って広げたら長方形になりそうだから！」 (ならない派)「切って広げても台形になりそうだ(長方形にはならない)から！」 ■「図を切らないで$S=a\ell$ になるかどうかは，どうやって確かめればいい？」 〇「証明すればいいんじゃないかな？」	◆（なる派）→（ならない派）の順番で取り上げ，ホントになるかどうか生徒の思考を揺さぶり，証明することの必要感を持たせたい。
2．課題把握 課題　$S=a\ell$ は，どのように証明すればいい？ ■生徒と一緒に証明の方針を立てる。 【証明の方針】 (1) S を求める。(2) ℓ を求める。(3) ℓ にa を掛ける。	◆【証明の方針】は板書し，ノートにも残しておく。
3．個人思考・集団思考 (1) S を求める。 ■「どうやって道の面積を求めればいい？」 〇 $S=(r+a)^2\times\pi-r^2\times\pi$ ■「どうして面積はこの式で表されるの？」「$r+a$ って何？」 〇ペア・グループで話し合う。 〇「大きい円から，小さい円を引けばいいから！」「大きい円の半径だ！」 $S=2\pi ar+\pi a^2$ —①	◆大きい円の半径と小さい円の半径を，図をもとに説明できるよう，集団で練り合う。 ◆S に関する式がすぐに出なければ，大きい円の式から確認していく。
(2) ℓ を求める。 ■「そもそもℓ って何？」 〇「円の円周」「でも，半径がわからない...」 〇個人思考とペア・グループワークで導く。$r+\dfrac{a}{2}$ ⇒ $\ell=2\times\left(r+\dfrac{a}{2}\right)\times\pi$ ■「どうして円周はこの式で表されるの？2× の理由は？」 〇「円周は(直径)×π で求められる！」 $\ell=2\pi r+\pi a$ —②	◆中くらいの円の円周だということを強調したい。また，「道の真ん中を通るから，半径は$r+\dfrac{a}{2}$」という説明を引き出したい。
(3) ℓ (②)にa を掛ける。 $a\ell=a(2\pi r+\pi a)$ $\quad=2\pi ar+\pi a^2$—③ ①，③より，$S=a\ell$	※幅が一定である図形の面積の性質を，式の計算を利用して証明している。 (ノート・発言)

算数・数学科　指導案（略　案）

<table>
<tr>
<td>
4．練習問題
　右の図でも，S＝$a\ell$ を同様に証明できるかな？


【証明の方針】
(1) S を求める。(2) ℓ を求める。(3) ℓ にa を掛ける。
（証明）
(1) 外側の正方形の 1 辺の長さは$(x+2a)$ m
S＝$(x+2a)^2-x^2=(x+2a+x)(x+2a-x)=4ax+4a^2$ —①
(2) 道の真ん中を通る線がつくる正方形の 1 辺の長さは$(x+a)$ m
$\ell=4\times(x+a)=4x+4a$—②
(3) ②にa を掛けて
$a\ell=4ax+4a^2$—③
①，③より，S＝$a\ell$
5．振り返り
■ p.35【幅が一定の道の面積】を活用し，幅が一定であればどんな道の面積も
<u>（道の面積）＝（道幅）×（真ん中を通る線の長さ）</u>で求められることを確認する。
</td>
<td>
◆練習問題についても配布する。
◆証明の方針は口頭で確認し，板書に残しておく。
◆停滞する生徒に対しては【証明の方針】を確認させ，辺の長さについては全体で練り合うことも想定する。
◆証明を振り返り，因数分解公式$\boxed{4}$が使えることも確認したい。
※幅が一定である図形の面積の性質を，証明の方針をもとに式の計算を利用して証明している。(ノート・発言)
</td>
</tr>
</table>